

Задание 5.

- 28.** (Арифметика Пресбургера) $(\mathbb{Z}, =, <, +, 0, 1)$ а) Докажите, что выразим предикат \equiv_c (сравним по модулю c), где c — это константа. б) Докажите, что множество выразимых формул в арифметике Пресбургера — это бескванторные формулы, в которых можно использовать предикаты \equiv_c для всех констант c .
- 29.** Докажите, что существует предикат, который невыразим в арифметике.
- 30.** $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}$ — это две копии множества целых чисел, причем все числа из второй копии считаются больше, чем все числа из первой копии. Докажите, что $(\mathbb{Z}, =, <)$ элементарно эквивалентна $(\mathbb{Z} + \mathbb{Z}, =, <)$.
- 31.** Будет ли интерпретация $(\mathbb{N}, =, <)$ элементарно эквивалентна а) $(\mathbb{N} + \mathbb{N}, =, <)$ б) $(\mathbb{N} + \mathbb{Z}, =, <)$?
- 32.** Будут ли интерпретации $(\mathbb{Z}, =, <)$ и $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, =, <)$ изоморфны? А элементарно эквивалентны? Порядок на $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ такой: сначала сравниваются вторые элементы пары, в случае их равенства сравниваются первые элементы.