

### Задание 8.

41. Докажите, что множество всех рациональных чисел, меньших  $\epsilon$  разрешимо.
42. Докажите, что непустое подмножество натуральных чисел разрешимо тогда и только тогда, когда оно есть множество значений всюду определенной неубывающей вычислимой функции с натуральными аргументами и значениями.
43. Даны два пересекающихся перечислимых множества  $X$  и  $Y$ . Докажите, что найдутся непересекающиеся перечислимые множества  $X' \subset X$  и  $Y' \subset Y$ , что  $X' \cup Y' = X \cup Y$ .
44. Докажите, что всякое бесконечное перечислимое множество содержит бесконечное разрешимое подмножество.
45. Докажите, что для каждой вычислимой функции  $f$  существует псевдообратная вычислимая функция  $g$ . А именно,  $g$  определена на множестве значений  $f$ . В для всех  $x$  из области определения  $f$  выполняется  $g(f(x)) = f(x)$ .
46. Существует ли алгоритм, проверяющий, работает ли данная МТ полиномиальное время?
47. Докажите, что не существует алгоритма, который определил бы по МТ  $M$  определил бы, является ли последовательность  $M(1), M(2), M(3) \dots$  периодической с некоторого места.