

Вопросы к экзамену по курсу “Дополнительные главы дискретной математики”

1. Матрица графа, комбинаторный смысл еж собственных чисел. Алгебраический экспандер. Лемма о перемешивании.
2. Свойство рчберного расширения алгебраического экспандера.
3. Нижняя оценка на второе собственное число.
4. Существование алгебраических экспандеров: большинство d -регулярных графов являются экспандерами.
5. Произведения графов: матричное произведение, тензорное произведение, простой и сбалансированный варианты подстановочного произведения, зигзаг-произведение. Оценка второго собственного числа в графе зигзаг-произведения. Явное построение экспандеров (рекурсивная конструкция с зигзаг-произведением).
6. Оценка второго собственного числа для сбалансированного подстановочного произведения. Вторая явная конструкция экспандера (рекурсивная конструкция с подстановочным произведением).
7. Алгоритм Рейнголда: решение задачи URATH детерминированным алгоритмом с логарифмической памятью.
8. Вычисление спектра для графа аффинной плоскости. Использование графа аффинной плоскости в явных конструкциях экспандеров.
9. Графы Кэли. Спектр графа Кэли для конечных абелевых групп. Примеры.
10. Свойства цейтинских формул. Экспоненциальная нижняя оценка на размер резолюционного доказательства цейтинских формул.
11. Коды Земора.
12. Понижение ошибки в RP: в полиномиальное число раз без использования дополнительных случайных битов. В экспоненциальное число раз с использованием случайных битов.
13. Локальная лемма Ловаса, симметричный случай.
14. Примеры применения локальной леммы: раскраски, выполняющий набор формулы. Латинские трансверсали.
15. Энтропия и ее свойства. Полуаддитивность. Оценка для $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^k$.
16. Условная энтропия. Обобщенная полуаддитивность. Пересекающиеся множества и графы.
17. Мартингалы. Мартингал проявления вершин и ребер.
18. Неравенство Ацумы, пример о плотной концентрации хроматических чисел.
19. Пример применения неравенства Ацумы: хроматическое число $G(n, p)$ сконцентрировано в четырех значениях.
20. Дизайны и их свойства. Семейство регулярных подмножеств.
21. Разностные множества и дизайны. Разностное множество из квадратичных вычетов.
22. Конечные проективные плоскости и их свойства. Построение проективных плоскостей порядка p^k .
23. Конечные афинные плоскости и их свойства. Построение афинных плоскостей порядка p^k .
24. Линейно-алгебраический метод. Неравенство Фишера. (n, k) -плотные множества.
25. Приближение пороговой функции полиномами.
26. Полиномиальный метод. Множества с двумя расстояниями.