

**Задание 10.**

**DM 27.** Пусть  $n \geq 4$ ,  $\mathcal{F}$  — семейство подграфов полного графа на  $n$  вершинах, причем пересечение любых двух графов из  $\mathcal{F}$  содержит треугольник. Докажите, что  $|\mathcal{F}| \leq 2^{C_n^2 - 2}$ .

**DM 28.** Пусть  $\mathcal{D} \subset 2^X$  —  $(v, k, \lambda)$ -дизайн, каждый элемент входит в  $r$  блоков  $\mathcal{D}$ . Докажите, что  $\overline{\mathcal{D}} = \{X \setminus B \mid B \in \mathcal{D}\}$  является  $(v, v - k, b - 2r + \lambda)$ -дизайном.

---

**DM 25.** Докажите, что при  $0 \leq \alpha \leq 1$  выполняется неравенство  $H[\alpha X + (1 - \alpha)Y] \geq \alpha H[X] + (1 - \alpha)H[Y]$ .

**DM 26.** Число ван дер Вардена  $W(2, k)$  — это наименьшее такое  $n$ , что при любой раскраске  $\{1, 2, \dots, n\}$  в 2 цвета найдется одноцветная арифметическая прогрессия длины  $k$ . Докажите, что  $W(2k) \geq 2^k / (2ek)$ .

**DM 20.** Придумайте, как уменьшить вероятность ошибки в алгоритме для языка их класса **ВРР** в полиномиальное число раз без использования дополнительных случайных чисел.