Задание 3.

$\boxed{\textbf{DM10.}}$ Пусть G — это граф n-мерного куба $\{0,1\}^n$, вершины соединены ребром, если они отличаются ровно в одной координате. а) Докаэите, что ждя любого множества вершин $S \subseteq V(G)$ число ребер, оба конца которых лежит в S не превосходит $\frac{1}{2}|S|\log_2|S|$ б) Найдите коэффициент реберного расширения G. в) Найдите второе собственное число G.

$\boxed{\textbf{DM11.}}$ Пусть G случайный граф на n вершинах, в котором каждая вершина независимо случайным образом выбирает себе d соседей (повторы разрешены). Докажите, что существует такая константа a, что с большой вероятностью размер независимого множества такого графа не больше, чем $an\frac{\log d}{d}$.

$\boxed{\textbf{DM12.}}$ Докажите, что если в d-регулярном графе G второе собственное число ограничено $c\sqrt{d}$, то размер независимого множества не превосходит $\frac{cn}{\sqrt{d}}$

$\boxed{\textbf{DM7.}}$ Докажите, что хроматическое число алгебраического (n,d,α)-экспандера больше, чем $\frac{1}{\alpha}$.

$\boxed{\textbf{DM8.}}$ G является (n,d,α)-экспандером. Пусть S множество из ρn вершин графа. Докажите, что в подграфе, индуцированном вершинами S не более $\frac{dn}{2}(\rho^2+\alpha\sqrt{\rho(1-\rho)})$ ребер.

$\boxed{\textbf{DM9.}}$ Пусть G — это алгебраический (n,d,α)-экспандер. Пусть $k \le \frac{1}{\alpha}$ и n делится на k. Докажите, что если покрасить вершины в k цветов так, чтобы каждый цвет использовался ровно $\frac{n}{k}$ раз, то найдтется хотя бы одна вершина, среди соседей которой встречаются все k цветов.