

Задание 4.

DM13. В вершине связного d -регулярного графа сидит пингвин, который в каждый момент времени перепрыгивает в случайную соседнюю вершину, пока не окажется в фиксированной вершине v . Покажите, что среднее число его прыжков полиномиально относительно от числа вершин в графе.

DM14. Докажите, что в любом связном недвудольном d -регулярном графе второе по модулю собственное число не превосходит а) $d - \Theta(1/n^c)$ для некоторого c ; б) $(d - \Theta(1/n^2))$.

DM9. Пусть G — это алгебраический (n, d, α) -экспандер. Пусть $k \leq \frac{1}{\alpha}$ и n делится на k . Докажите, что если покрасить вершины в k цветов так, чтобы каждый цвет использовался ровно $\frac{n}{k}$ раз, то найдется хотя бы одна вершина, среди соседей которой встречаются все k цветов.

DM10. Пусть G — это граф n -мерного куба $\{0, 1\}^n$, вершины соединены ребром, если они отличаются ровно в одной координате. в) Найдите собственные вектора G .

DM11. Пусть G случайный граф на n вершинах, в котором каждая вершина независимо случайным образом выбирает себе d соседей (повторы разрешены). Докажите, что существует такая константа a , что с большой вероятностью размер независимого множества такого графа не больше, чем $an^{\frac{\log d}{d}}$.