

### Задание 5.

**DM15.** На одной из двух параллельных прямых отметили точки  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , на другой  $B_1, B_2, \dots, B_n$ . По этим точкам строится граф: вершины  $i$  и  $j$  соединяются ребром, если отрезки  $A_i B_i$  и  $A_j B_j$  пересекаются. Получившейся граф называют перестановочным. а) Докажите, что перестановочный граф и его дополнение можно ориентировать транзитивным образом. б) Докажите, что если некоторый граф и его дополнение можно ориентировать транзитивным образом, то граф является перестановочным.

**DM16.** Граф с  $n$  входами и  $n$  выходами называется суперконцентратором, если для любых заданных подмножеств из  $k$  входов и  $k$  выходов ( $k < n$ ) существует  $k$  непересекающихся путей с началами в заданных входах и концами в заданных выходах.) Покажите, что существует суперконцентраторы с  $n$  числом вершин и ребер  $O(n)$ .

---

**DM13.** В вершине связного  $d$ -регулярного графа сидит пингвин, который в каждый момент времени перепрыгивает в случайную соседнюю вершину, пока не окажется в фиксированной вершине  $v$ . Покажите, что среднее число его прыжков полиномиально относительно от числа вершин в графе.

**DM14.** Докажите, что в любом связном недвудольном  $d$ -регулярном графе второе по модулю собственное число не превосходит а)  $d - \Theta(1/n^c)$  для некоторого  $c$ ; б)  $(d - \Theta(1/n^2))$ .