

**Задание 9.**

**DM 23.** Проверьте следующие свойства энтропии: а)  $H[X | Y, Z] \leq H[X | Y]$ ; б)  $H[X, Y] = H[Y] + H[X | Y]$ ; в)  $H[X | Y] \leq H[X]$ , г)  $H[X, Y] \geq H[X]$ .

**DM 24.** Приведите пример случайной величины  $X$ , что  $H[X | X^2] \neq 0$

**DM 25.** Докажите, что при  $0 \leq \alpha \leq 1$  выполняется неравенство  $H[\alpha X + (1 - \alpha)Y] \geq \alpha H[X] + (1 - \alpha)H[Y]$ .

**DM 26.** Число ван дер Вардена  $W(2, k)$  — это наименьшее такое  $n$ , что при любой раскраске  $\{1, 2, \dots, n\}$  в 2 цвета найдется одноцветная арифметическая прогрессия длины  $k$ . Докажите, что  $W(2k) \geq 2^k / (2ek)$ .

---

**DM 20.** Придумайте, как уменьшить вероятность ошибки в алгоритме для языка их класса **ВРР** в полиномиальное число раз без использования дополнительных случайных чисел.