

Задание 1.

Формулой называется схема, граф которой является деревом.

СС1. Рассмотрим функцию $Maj : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$, которая выдает 1, если не менее половины входных битов равны 1. Докажите, что существует а) схема; б) монотонная схема; в) монотонная формула полиномиального размера, вычисляющая функцию Maj .

СС2. Докажите, что для любой симметрической булевой функции (симметрическая функция зависит только от числа 1 во входе) существует вычисляющая ее схема полиномиального размера.

СС3. Докажите, что любая формула в КНФ (или ДНФ) от переменных x_1, x_2, \dots, x_n , которая эквивалентна функции а) $x_1 + x_2 + \dots + x_n \bmod 2$; б) $Maj(x_1, x_2, \dots, x_n)$ имеет экспоненциальный размер.

СС4. Покажите, что существует формула размера $O(n^2)$ со связками \vee, \wedge, \neg , которая вычисляет $x_1 + x_2 + \dots + x_n \bmod 2$.