Задание 7.

$\boxed{\textbf{CC23.}}$ Пусть $P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{y \in \{0,1\}^n} \hat{P}(y) \prod_{i=1}^{n} x_i^{y_i}$, где $\hat{P}$ — это вектор целочисленных коэффициентов, не превосходящих s. Используя динамическое программирование, придумайте как за время $2^n poly(n, s)$ вычислить значение P во всех точках из $\{0,1\}^n$. Как этот алгоритм реализовать на многоленточной машине Тьюринга?

$\boxed{\textbf{CC24.}}$ Определим многочлены $S_1(x) = 3x^2 - 2x^3$ и $S_i(x) = S_1(S_{i-1}(x))$. а) Докажите, что если $x \bmod m \in \{0,1\}$, то $S_i(x) \bmod m^{2^t} = x \bmod m$. б) Покажите, что существует такое семейство многочленов P_i от одной переменной, степень P_i не больше i^{10}, коэффициенты которого не больше 10^i, что $P_i(y) \bmod 3^i = y \bmod 3$.

$\boxed{\textbf{CC15.}}$ Пусть $f_1(x_{11}, \dots, x_{1n1}), \dots, f_m(x_{m1}, \dots, x_{mn_m})$ — произвольные булевы функции, зависящие от непересекающегося множества переменных. Докажите, что выполняется неравенство:

$$L\left(f_1(x_{11}, \dots, x_{1n1}) \oplus \dots \oplus f_m(x_{m1}, \dots, x_{mn_m})\right) \geq \frac{1}{2} \sum_i L(f_i),$$

где $L(f)$ обозначает минимальное количество гейтов в $\{\wedge, \vee, \neg\}$-формуле, вычисляющей f.