

Задание 6.

DM26. Пусть $E_1 : \{0, 1\}^n \rightarrow \Sigma^m$ и $E_2 : \Sigma \rightarrow \{0, 1\}^k$ — это два кода с локальными декодерами, которые делают q_1 и q_2 запросов и обрабатывают ρ_1 и ρ_2 ошибок соответственно. Докажите, что у каскадного кода $E_1 \circ E_2$ существует локальный декодер, который делает $O(q_1 q_2 \log q_1 \log |\Sigma|)$ запросов и обрабатывает $\rho_1 \rho_2$ ошибок.

DM27. Покажите, что существует код $E : \{0, 1\}^N \rightarrow \{0, 1\}^{N^C}$, где $C > 1$ — некоторая константа, что E вычислим за время $\text{poly}(N)$ и существует локальный декодер для E , который работает время $\text{poly}(\log N)$ и обрабатывает 0.01 долю ошибок. (Подсказка: используйте каскадный код из Рида-Маллера и Адамара).

DM28. Пусть $E_1 : \{0, 1\}^n \rightarrow \Sigma^m$ и $E_2 : \Sigma \rightarrow \{0, 1\}^k$ — это два кода с локальными списочными декодерами. Декодер кода E_1 выдает список размера ℓ_1 , и обрабатывает $1 - \epsilon_1$ ошибок. Декодер для кода E_2 выдает список размера ℓ_2 и обрабатывает $\frac{1}{2} - \epsilon_2$ ошибок. Докажите, что у каскадного кода $E_1 \circ E_2$ существует локальный списочный декодер, который обрабатывает $\frac{1}{2} - \epsilon_1 \epsilon_2 \ell_2$ ошибок и выдает список размера $\ell_1 \ell_2$.

DM14. Пусть G — случайный граф на n вершинах, в котором каждая вершина независимо случайным образом выбирает себе d соседей (повторы разрешены). Докажите, что существует такая константа a , что с большой вероятностью размер независимого множества такого графа не больше, чем $an \frac{\log d}{d}$.

DM22. <http://logic.pdmi.ras.ru/~dmitrits/au/taskdm5.pdf>

DM23. <http://logic.pdmi.ras.ru/~dmitrits/au/taskdm5.pdf>

DM25. <http://logic.pdmi.ras.ru/~dmitrits/au/taskdm5.pdf>