

Задание 11 (на 30.04.14)

48. Докажите, что если $f : \{-1, 1\}^{n+1} \rightarrow \{-1, 1\}$ является линейной пороговой, то $\sum_{S:|S|\leq 1} \hat{f}(S)^2 \geq \frac{1}{2}$.

49. Докажите, что если для множеств $S, T \subseteq [n]$ выполняется $|S| + |T| = n + 1$, тогда $\widehat{Maj}_n(S) = \widehat{Maj}_n(T)$.

31. Пусть некоторое свойство m -битных строк имеет РСРР длины $\ell(m)$. Покажите, что для этого свойства существует РСРР длины $poly(\ell(m))$, в котором проверяющий алгоритм делает 3 запроса и затем использует один из восьми возможных ОР-предикатов: $v_{i_1} \vee v_{i_2} \vee v_{i_3}, \neg v_{i_1} \vee v_{i_2} \vee v_{i_3}, \dots, \neg v_{i_1} \vee \neg v_{i_2} \vee \neg v_{i_3}$.

38. Рассмотрим функцию $f : \{-1, 1\}^{n+1} \rightarrow \{-1, 1\}$, которая определена так: $f(x_0, x_1, \dots, x_n) = x_0 Maj_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$. а) Покажите, что $\text{Inf}_0^{1-\delta}[f] = \text{Stab}_{1-\delta}[Maj_n]$ для всех $\delta \in (1, 1)$. б) Покажите, что f не является (ϵ, δ) -квазислучайной, если $\epsilon < 1 - \sqrt{\delta}$. в) Покажите, что f является $\frac{1}{\sqrt{n}}$ -регулярной.

44. Пусть $\phi : \mathbb{F}_2^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ — вероятностная плотность некоторого распределения и ϕ является ϵ -смещенной. Покажите, что а) $\mathbb{E}[|\phi(x) - 1|] \leq \epsilon 2^{n/2}$; б) для любого x выполняется $|\phi(x) - 1| \leq \epsilon 2^n$.