

Задание 2 (на 26.02.14)

- 8.** Для функции $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \{-1, 1\}$ докажите неравенство $\text{Inf}_i(f) \geq |\hat{f}(i)|$. Когда достигается равенство?
- 9.** Докажите, что для функций $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \mathbb{R}$ выполняется неравенство Пуанкаре: $D(f) \leq \text{Inf}[f]$, где $\text{Inf}[f] = \sum_{i=1}^n \text{Inf}_i[f]$.
- 10.** Докажите, что для четных функций $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \mathbb{R}$ выполняется усиленное неравенство Пуанкаре: $D(f) \leq \frac{1}{2} \text{Inf}[f]$.
- 11.** Пусть $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \{-1, 1\}$ и $E[f] = 0$. Докажите, что $\max_i \{\text{Inf}_i[f]\} \geq \frac{1}{n}$.
- 12.** Пусть $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \{-1, 1\}$ принимает значение 1 в трех точках. Для какой функции достигается максимум $\text{Inf}[f]$?
- 13.** Пусть $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \{-1, 1\}$ случайная функция (равномерно распределенная на множестве всех функций). Вычислите среднее значение $\text{Inf}_1[f]$.
- 14.** Пусть $\rho \in (0, 1)$, $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \{-1, 1\}$ и $E[f] = 0$. Докажите, что $\text{Stab}_\rho[f] \leq \rho$ и равенство достигается только, если f — диктатор или отрицание диктатора.