

Задание 7 (на 02.04.14)

32. Покажите, что для случайной функции $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \{-1, 1\}$ выполняется $E[\text{Inf}_i^{(1-\delta)}[f]] = \frac{(1-\delta/2)^n}{2-\delta}$.

33. Для непустого S вычислите $\text{Inf}_i^{(1-\delta)}[\chi_S]$.

34. Покажите, что если функция $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \{-1, 1\}$ отлична от константы и зависит только от k переменных, то $\text{Inf}_i^{(1-\delta)}[f] \geq (1/2 - \delta/2)^{k-1}/k$ хотя бы для одного i .

Функция $f : \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ называется ϵ -регулярной, если для всех $S \neq \emptyset$ выполняется $|\hat{f}(S)| \leq \epsilon$.

35. Пусть для $f : \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ выполняется $\text{Inf}_i[f] \leq \epsilon$ для всех i . Покажите, что f является $\sqrt{\epsilon}$ -регулярной.

36. Покажите, что для всех четных n существует функция $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \{-1, 1\}$, которая является $2^{-n/2}$ -регулярной, но найдется i , что $\text{Inf}_i[f] \geq \frac{1}{2}$.

37. Покажите, что существует функция $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \{-1, 1\}$, которая является $((1-\delta)^n, \delta)$ -квазислучайной, но которая не является ϵ -регулярной ни для какого $\epsilon < 1$.

38. Рассмотрим функцию $f : \{-1, 1\}^{n+1} \rightarrow \{-1, 1\}$, которая определена так: $f(x_0, x_1, \dots, x_n) = x_0 \text{Maj}_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$. а) Покажите, что $\text{Inf}_0^{1-\delta}[f] = \text{Stab}_{1-\delta}[\text{Maj}_n]$ для всех $\delta \in (1, 1)$. б) Покажите, что f не является (ϵ, δ) -квазислучайной, если $\epsilon < 1 - \sqrt{\delta}$. в) Покажите, что f является $\frac{1}{\sqrt{n}}$ -регулярной.

31. Пусть некоторое свойство m -битных строк имеет РСРР длины $\ell(m)$. Покажите, что для этого свойства существует РСРР длины $\text{poly}(\ell(m))$, в котором проверяющий алгоритм делает 3 запроса и затем использует один из восьми возможных OR-предикатов: $v_{i_1} \vee v_{i_2} \vee v_{i_3}, \neg v_{i_1} \vee v_{i_2} \vee v_{i_3}, \dots, \neg v_{i_1} \vee \neg v_{i_2} \vee \neg v_{i_3}$.