

Задание 9 (на 16.04.14)

40. Покажите, что если $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \mathbb{R}$ является (ϵ, δ) -квазислучайной, то f является (μ, k) -регулярной для $\mu = \sqrt{\epsilon/(1-\delta)^{k-1}}$.

41. Покажите, что f является $(\epsilon, 1)$ -квазислучайной тогда и только тогда, когда f является $(\sqrt{\epsilon}, 1)$ -регулярной.

42. Пусть $f : \{-1, 1\}^n \rightarrow \{-1, 1\}$ монотонная функция. Покажите, что если f является $(\epsilon, 1)$ -регулярной, то f является ϵ -регулярной и для всех i выполняется $\text{Inf}_i[f] \leq \epsilon$.

43. Пусть $\phi : \mathbb{F}_2^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ — вероятностная плотность равномерного распределения на носителе функции $IP_n : \mathbb{F}_2^n \rightarrow \{0, 1\}$ (носитель — это прообраз 1). Покажите, что ϕ является ϵ -смещенной для $\epsilon = 2^{-n/2}/(1 - 2^{-n/2})$, но ни для какого меньшего ϵ не является.

44. Пусть $\phi : \mathbb{F}_2^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ — вероятностная плотность некоторого распределения и ϕ является ϵ -смещенной. Покажите, что а) $E[|\phi(x) - 1|] \leq \epsilon 2^{n/2}$; б) для любого x выполняется $|\phi(x) - 1| \leq \epsilon 2^n$.

31. Пусть некоторое свойство m -битных строк имеет РСРР длины $\ell(m)$. Покажите, что для этого свойства существует РСРР длины $\text{poly}(\ell(m))$, в котором проверяющий алгоритм делает 3 запроса и затем использует один из восьми возможных ОР-предикатов: $v_{i_1} \vee v_{i_2} \vee v_{i_3}, \neg v_{i_1} \vee v_{i_2} \vee v_{i_3}, \dots, \neg v_{i_1} \vee \neg v_{i_2} \vee \neg v_{i_3}$.

38. Рассмотрим функцию $f : \{-1, 1\}^{n+1} \rightarrow \{-1, 1\}$, которая определена так: $f(x_0, x_1, \dots, x_n) = x_0 \text{Maj}_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$. а) Покажите, что $\text{Inf}_0^{1-\delta}[f] = \text{Stab}_{1-\delta}[\text{Maj}_n]$ для всех $\delta \in (0, 1)$. б) Покажите, что f не является (ϵ, δ) -квазислучайной, если $\epsilon < 1 - \sqrt{\delta}$. в) Покажите, что f является $\frac{1}{\sqrt{n}}$ -регулярной.