

**Вопросы по курсу дискретной математики для 211 группы. 2013 г, осенний семестр**

1. Дерево.
2. Двудольный граф.
3. Точки сочленения и блоки в связном графе. Дерево блоков и точек сочленения.
4. Эйлеров путь и цикл в графе.
5. Максимальное паросочетание и дополняющие пути: теорема Бержа.
6. Теорема Холла.
7. Теорема Кёнига.
8. Независимые множества, паросочетания и покрытия в графе. Теорема Галлаи.
9. Паросочетания с предпочтениями. Теорема Гэйла-Шепли.
10. Теорема Татта о совершенном паросочетании.
11. Теорема Петерсена о совершенном паросочетании в регулярном графе степени 3.
12. Теорема Плешника о совершенном паросочетании в регулярном графе.
13. Теорема Петерсена о выделении 2-фактора в  $2k$ -регулярном графе.
14. Теорема Томассена о почти регулярном факторе регулярного графа.
15. Дефицит графа. Формула Бержа.
16. Существование Гамильтонова пути и цикла: классические критерии Оре и Дирака.
17. Существование Гамильтонова пути и цикла: замыкание по Хваталу.
18. Критерий существования гамильтонова цикла через связность.
19. Теоремы Хватала о гамильтоновых последовательностях.
20. Гамильтонов цикл в кубе связного графа.
21. Теорема Татта о существовании однородного графа степени  $k$  с обхватом  $g$ .
22. Существование правильной раскраски в  $k$  цветов вершин  $k$ -редуцируемого графа.
23. Теорема Брукса.
24.  $k$ -критические графы. Свойства, теорема Дирака о разделяющем двухвершинном множестве в критическом графе.
25. Гипотеза Хайоша, случай  $k = 4$ .
26. Конструкция графа с произвольным хроматическим числом без треугольников.
27. Теорема Эрдеша о существовании графа  $G$  с  $\chi(G) \geq k$ ,  $g(G) \geq g$ .
28. Слабая гипотеза Бержа о совершенных графах — теорема Ловаса.
29. Оптимальные раскраски ребер и их свойства. Хроматический и покрывающий индексы двудольного графа.
30. Теорема Визинга.
31. Теорема Гупты.
32. Теоремы Гёринга, Менгера и Уитни.
33. Теорема Дирака о цикле, содержащем заданные  $k$  вершин.
34. Разделяющие множества в  $k$ -связном графе, части разбиения, фрагменты. Внутренность и граница части разбиения.
35. Теорема о представлении части разбиения графа в виде пересечения частей разбиения подграфами.
36. Зависимые и независимые разделяющие множества.
37. Нерасщепимые  $k$ -связные графы. Нерасщепимость  $k$ -связного графа с минимальной степенью хотя бы  $\frac{3k-1}{2}$ .
38. Удаление вершины с сохранением  $k$ -связности.
39. Удаление ребер с сохранением  $k$ -связности. Теоремы Мадера.
40. Стягивание ребра в двухсвязном графе без потери двусвязности.
41. Стягивание ребра в трёхсвязном графе без потери трёхсвязности.
42. Планарные графы. Теорема Эйлера и ее следствия.

43. Теорема Куратовского.
44. Триангуляция графа.
45. Тэйтовы раскраски, эквивалентность Тэйта.
49. Теорема Томассена о списочной 5-раскрашиваемости планарного графа.
50. Теорема Гринберга о гамильтоновом планарном графе. Контрпримеры к гипотезе Тэйта.
51. Циклическое пространство графа и пространство разрезов графа. Их размерности.
52. Циклическое пространство трёхсвязного графа.
53. Теорема Маклейна о циклическом пространстве планарного графа.
54. Теорема Келманса о планарности трёхсвязного графа.
55. Компоненты сильной связности ориентированного графа, их свойства.
56. Входящее и исходящее дерево вершины. Минимальные сильно связные графы. Оценки на число стрелок.
57. Теорема о разделяющих множествах и непересекающихся путях в орграфе.
58. “Теорема Менгера” для орграфов.
59. Существование гамильтонова цикла в сильно связном турнирном графе.
60. Удаление вершин из сильно связного турнирного графа с сохранением сильной связности.
61. Циклы в сильно связных турнирных графах. Теорема Муна.
62. Теорема Редди о количестве гамильтоновых путей в турнире.
63. Теорема Хватала-Ловаса о независимом множестве в ориентированном графе.
64. Теорема Галлаи-Мильграма о покрытии орграфа путями и теорема Дилворса.
65. Теорема Роя-Галлаи о раскрасках и ориентациях.
66. Ядро орграфа. Критерий раскрашиваемости графа в терминах ядер ориентаций.
67. Теорема Гэльвина о списочных рёберных раскрасках двудольного графа.
68. Сети и потоки. Лемма о разрезе сети. Теорема Форда-Фалкерсона.
69. Целочисленные сети. Целый максимальный поток в целочисленной сети.
70. Реберная теорема Менгера как следствие теоремы Форда-Фалкерсона.
71. Максимальный поток в произвольной сети.
72. Двумерные числа Рамсея: оценки сверху для случая двух и более цветов.
73. Оценка снизу на  $r(k, k)$ .
74. Многомерные числа Рамсея: доказательство конечности.
75. Оценка количества рёбер в графе, удовлетворяющем наследственному свойству.
76. Графы без  $K_n$ : теорема Турана, единственность экстремального графа.
77. Оценка сверху на  $ex(v, K_{m,n})$ .
78. Проективная плоскость над  $F_p$  и графы без циклов длины 4.
79. Конструкция графа без  $K_{2,n+1}$  с помощью корней из 1.
80. Количество остовных деревьев: теоремы Кэли, алгоритм Прюфера.
81. Оценка количества листьев в остовном дереве связного графа с минимальной степенью вершины 3.
82. Максимальные наборы из  $k$  непересекающихся по рёбрам лесов в графе  $G$ . Лемма о связанном множестве.
83. Теоремы Нэша-Уильямса.
84. Хроматический многочлен графа.
85. Кратность корня 0 хроматического многочлена графа.
86. Кратность корня 1 хроматического многочлена графа.
87. Многочлен Татта. Корректность определения и связь с ранговым многочленом Уитни.
88. Значения полинома Татта: количество остовных лесов и остовных подграфов с минимальным количеством компонент связности, количество ациклических подграфов.