

Будем считать, что мы имеем дело с линейным пространством над $\mathbb{C}$, чтобы характеристический многочлен нашего оператора раскладывался на линейные множители, и было выполнено условие теоремы о существовании ЖНФ.

Как мы обычно задаем линейный оператор φ ? Квадратной матрицей A , только не очень хорошей.

Ниже по пунктам изложим алгоритм построения ЖНФ. В лекциях можно увидеть подробности.

0. ПОИСК СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ.

Нужно посчитать $\chi_\varphi(t) = \det(A - tE)$ и найти его корни. Как это сделать? Ну, мы же умеем считать определитель!

Итак, теперь мы знаем $\text{Spec}(\varphi)$ и кратности всех собственных чисел. Дальнейшие действия проводятся отдельно для каждого собственного числа.

Пусть $\lambda \in \text{Spec}(\varphi)$ имеет кратность m . Далее мы покажем, что делать с числом λ .

1. ПОСТРОЕНИЕ ЯДЕР W_i .

Пусть $\psi = \varphi - \lambda \text{id}$, тогда его матрица $B = A - \lambda E_n$. Введем обозначения $W_0 = \{0\}$, $W_i = \ker(\psi^i)$ для $i \in \mathbb{N}$. Мы знаем что существует такое минимальное натуральное число ℓ , что $W_\ell = V(\lambda)$, тогда $W_0 \subseteq W_1 \subseteq \dots \subseteq W_\ell = W_{\ell+1} = W_{\ell+2} = \dots$ (далее W_ℓ искать ядра бессмысленно).

Сначала ищем W_1 . Как? Очень просто — решаем ОСЛУ $Bx = 0$: приводим к трапециевидной форме, находим базис B_1 пространства решений — именно он нам и нужен. Для этого проще всего подставить значение любой одной *главной переменной* (помните, что это такое? если нет, смотрите лекции), равное 1, а остальных главных переменных — равное 0, остальные переменные вычисляем. Для самоконтроля полезно понимать, что $|B_1| = \dim(W_1) = n - \text{rank}(B)$.

Далее ищем W_2 — решаем систему $B^2x = 0$ (кстати, матрицу B придется возвести в квадрат). Все решения из B_1 автоматом подходят. Нужно найти B_2 — дополнение B_1 до базиса W_2 . Систему решаем также, там появляются новые главные переменные, в них 1 и нужно подставлять, чтобы получить вектора из B_2 (разумеется, эти вектора неединственны!). Проверяем себя — общее количество векторов $|B_1| + |B_2| = \dim(W_2) = n - \text{rank}(B^2)$.

И так далее — ищем $B_3, \dots, B_\ell$. Как понять, что дальше искать не нужно? Очень просто — когда мы получим очередное пространство W_ℓ с $\dim(W_\ell) = m$.

2. ПОСТРОЕНИЕ ЛЕСТНИЦЫ.

Для этого вычисляем $r_i = \dim(W_i) - \dim(W_{i-1})$ и лестница готова — см. лекцию и картинку. На верхнем этаже лестницы расставляем вектора из B_ℓ . Далее заполняем лестницу — это подробно описано в презентации. На всякий случай — все вектора полученного базиса должны быть ЛНЗ (если это не так, Вы ошилились с выбором одного из векторов на каком-то шаге заполнения лестницы, нужно выбрать другой вектор).

3. ЖНФ и ЖОРДАНОВ БАЗИС.

Итак, все лестницы построены. Теперь берем лестницу для каждого числа и выписываем вектора каждого ее столбца снизу вверх. В ЖНФ на диагонали каждому столбцу лестницы для λ (скажем, высоты q) будет соответствовать блок в виде жордановой клетки $q \times q$ с λ на диагонали.

В ответе должна быть ЖНФ и правильный порядок векторов жорданова базиса (соответствующий выписанной ЖНФ). Однако, меня интересуют все шаги алгоритма, скажем базисы ядер W_i ! Не нужно использовать программы, считающие ЖНФ и Жорданов базис. Вы должны показать знание алгоритма. Калькулятор и даже компьютер для перемножения матриц использовать можно, хотя я выдам такие, что и в уме легко перемножаются, если знать, как это делается.

Каждый находит свое личное задание дальше, и решает именно его. Решения нужно высылать мне. С указанием фамилии и номера варианта.

УДАЧИ!

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 1

2	-3	0	0	0	1
0	2	0	-2	-1	0
0	0	2	4	2	0
0	0	0	2	0	0
0	0	0	0	2	-1
0	0	0	0	0	2

Абрамов Егор

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 2

2	0	0	0	0	0
0	2	0	0	0	0
-1	0	2	0	0	0
0	-3	0	2	0	0
-3	0	0	3	2	0
0	2	0	2	0	2

Ануфриев Андрей

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 3

3	0	0	0	0	0
0	3	0	0	0	0
2	-1	3	0	0	0
-2	3	0	3	0	0
0	0	-1	3	3	0
0	0	0	3	0	3

Бойко Георгий

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 4

4	0	0	0	0	0
2	4	0	0	0	0
0	0	4	0	0	0
0	1	-4	4	0	0
0	-4	1	0	4	0
0	0	0	3	-1	4

Бондаренко Андрей

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 5

5	0	0	0	0	0
3	5	0	0	0	0
0	-1	5	0	0	0
0	0	0	5	0	0
0	0	1	3	5	0
0	0	-3	-1	0	5

Букреев Степан

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 6

6	0	0	0	0	0
0	6	0	0	0	0
0	2	6	0	0	0
0	-3	1	6	0	0
0	-1	3	0	6	0
-3	1	0	3	0	6

Бущик Иван

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 7

7	0	0	0	0	0
3	7	0	0	0	0
0	-2	7	0	0	0
0	0	3	7	0	0
0	0	0	0	7	0
-2	1	0	-2	3	7

Бедехин Александр

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 8

8	0	0	0	0	0
0	8	0	0	0	0
2	-1	8	0	0	0
0	0	-4	8	0	0
0	0	-1	3	8	0
0	0	3	1	0	8

Газизуллин Ринат

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 9

9	0	0	0	0	0
0	9	0	0	0	0
2	0	9	0	0	0
0	-1	-4	9	0	0
0	4	1	0	9	0
0	0	3	0	-2	9

Гнездилов Дмитрий

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 10

-1	1	2	0	0	0
0	-1	4	-1	0	0
0	0	-1	0	-1	3
0	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	-1	2
0	0	0	0	0	-1

Гойхман Елена

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 11

-2	0	0	3	0	0
0	-2	1	4	-1	0
0	0	-2	0	0	-4
0	0	0	-2	0	0
0	0	0	0	-2	3
0	0	0	0	0	-2

Горшелев Кирилл

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 12

2	1	1	0	0	3
0	2	0	2	-2	0
0	0	2	-4	-1	0
0	0	0	2	2	0
0	0	0	0	2	0
0	0	0	0	0	2

Горшенин Владислав

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 13

−3	4	0	0	0	0
0	−3	1	3	0	0
0	0	−3	−1	1	0
0	0	0	−3	3	−3
0	0	0	0	−3	0
0	0	0	0	0	−3

Григорьев Даниил

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 14

4	4	0	0	−1	0
0	4	3	1	0	0
0	0	4	1	−3	0
0	0	0	4	0	0
0	0	0	0	4	1
0	0	0	0	0	4

Гузалов Тимур

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 15

−7	4	0	1	3	2
0	−7	−4	0	1	0
0	0	−7	0	1	−1
0	0	0	−7	0	0
0	0	0	0	−7	2
0	0	0	0	0	−7

Гаврилов Данил

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 16

−6	0	1	1	−2	0
0	−6	1	−2	0	0
0	0	−6	0	2	−2
0	0	0	−6	0	0
0	0	0	0	−6	0
0	0	0	0	0	−6

Деревянко Владимир

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 17

−7	0	4	1	3	1
0	−7	−2	0	−2	−1
0	0	−7	0	1	2
0	0	0	−7	0	0
0	0	0	0	−7	0
0	0	0	0	0	−7

Евграфов Артём

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 18

−8	1	0	2	0	0
0	−8	0	3	3	0
0	0	−8	1	1	0
0	0	0	−8	0	−4
0	0	0	0	−8	0
0	0	0	0	0	−8

Еремин Денис

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 19

−9	3	0	−3	0	0
0	−9	4	1	0	−2
0	0	−9	2	3	0
0	0	0	−9	0	0
0	0	0	0	−9	0
0	0	0	0	0	−9

Жданович Владимир

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 20

−1	−1	3	0	0	0
0	−1	3	−2	0	0
0	0	−1	0	3	−1
0	0	0	−1	0	0
0	0	0	0	−1	−3
0	0	0	0	0	−1

Журавлев Ярослав

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 21

1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	3	1	0	0	0
0	−2	0	1	0	0
1	0	0	3	1	0
0	0	−3	2	0	1

Западовников Алексей

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 22

2	0	0	0	0	0
0	2	0	0	0	0
0	0	2	0	0	0
0	−3	0	2	0	0
1	0	0	2	2	0
0	4	−1	0	1	2

Захарченко Андрей

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 23

3	0	0	0	0	0
2	3	0	0	0	0
0	0	3	0	0	0
0	−1	3	3	0	0
0	3	−1	0	3	0
0	0	0	4	2	3

Зубулина Юлия

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 24

2	-4	0	0	0	4
0	2	0	3	-1	0
0	0	2	-6	2	0
0	0	0	2	1	0
0	0	0	0	2	0
0	0	0	0	0	2

Исаева Александра

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 25

2	0	0	0	0	0
0	2	0	0	0	0
1	-20	2	0	0	0
0	4	0	2	0	0
1	0	0	-2	2	0
0	3	0	-3	0	2

Караганов Павел

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 26

3	0	0	0	0	0
0	3	0	0	0	0
2	-2	3	0	0	0
-3	3	0	3	0	0
0	0	1	3	3	0
0	0	-3	-1	0	3

Карнажицкий Максим

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 27

4	0	0	0	0	0
3	4	0	0	0	0
0	0	4	0	0	0
0	1	-2	4	0	0
0	-2	1	0	4	0
0	0	0	3	-1	4

Картомышев Антон

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 28

5	0	0	0	0	0
2	5	0	0	0	0
-3	0	5	0	0	0
0	0	0	5	0	0
0	0	2	-3	5	0
0	0	-3	2	0	5

Касимов Аскар

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 29

6	0	0	0	0	0
0	6	0	0	0	0
0	0	6	0	0	0
0	-1	2	6	0	0
0	-2	1	0	6	0
3	1	0	5	0	6

Клевцов Александр

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 30

7	0	0	0	0	0
3	7	0	0	0	0
0	-2	7	0	0	0
0	0	2	7	0	0
0	0	0	0	7	0
3	1	0	-1	1	7

Клеева Ульяна

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 31

8	0	0	0	0	0
0	8	0	0	0	0
3	0	8	0	0	0
0	0	-3	8	0	0
2	0	-1	0	8	0
0	1	2	3	0	8

Козаченко Данил

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 32

9	0	0	0	0	0
0	9	0	0	0	0
3	0	9	0	0	0
0	1	-3	9	0	0
0	-3	1	0	9	0
0	0	0	4	-2	9

Корепанов Олег

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 33

-1	3	2	0	0	0
0	-1	0	-4	0	0
0	0	-1	0	3	1
0	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	-1	1
0	0	0	0	0	-1

Корнеев Григорий

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 34

-2	0	0	3	0	0
0	-2	1	2	-1	0
0	0	-2	0	0	3
0	0	0	-2	0	-2
0	0	0	0	-2	1
0	0	0	0	0	-2

Кузнецов Андрей

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 35

2	4	0	0	0	-1
0	2	0	2	1	0
0	0	2	-4	-2	0
0	0	0	2	3	0
0	0	0	0	2	0
0	0	0	0	0	2

Кутузова Софья

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 36

−3	−3	0	0	0	0
0	−3	1	3	0	0
0	0	−3	−4	4	0
0	0	0	−3	2	−2
0	0	0	0	−3	0
0	0	0	0	0	−3

Лоскутов Прохор

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 37

4	2	0	0	−1	0
0	4	4	3	0	0
0	0	4	1	−3	0
0	0	0	4	0	0
0	0	0	0	4	−1
0	0	0	0	0	4

Львова Елизавета

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 38

−5	3	0	0	1	0
0	−5	1	0	2	−3
0	0	−5	0	1	0
0	0	0	−5	4	0
0	0	0	0	−5	0
0	0	0	0	0	−5

Маренников Андрей

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 39

−6	0	1	1	−2	0
0	−6	1	3	0	0
0	0	−6	0	1	−4
0	0	0	−6	0	0
0	0	0	0	−6	0
0	0	0	0	0	−6

Марьин Григорий

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 40

−7	0	0	1	−4	1
0	−7	−3	0	1	0
0	0	−7	0	1	0
0	0	0	−7	2	0
0	0	0	0	−7	0
0	0	0	0	0	−7

Михайлов Петр

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 41

−8	1	0	−2	0	0
0	−8	0	3	3	0
0	0	−8	4	4	0
0	0	0	−8	0	−1
0	0	0	0	−8	0
0	0	0	0	0	−8

Мыц Иван

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 42

−9	1	0	0	3	0
0	−9	0	1	0	2
0	0	−9	−2	4	0
0	0	0	−9	−3	0
0	0	0	0	−9	0
0	0	0	0	0	−9

Образцов Максим

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 43

−1	−1	3	0	0	0
0	−1	2	−1	0	0
0	0	−1	0	3	2
0	0	0	−1	0	0
0	0	0	0	−2	−3
0	0	0	0	0	−1

Орлов Игорь

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 44

2	0	0	0	0	0
0	2	0	0	0	0
−4	0	2	0	0	0
0	0	2	2	0	0
1	0	3	0	2	0
0	3	0	0	1	2

Осипов Вячеслав

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 45

3	0	0	0	0	0
0	3	0	0	0	0
3	−3	3	0	0	0
−2	2	0	3	0	0
0	0	0	4	3	0
5	0	0	0	1	3

Пахомов Даниил

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 46

4	0	0	0	0	0
3	4	0	0	0	0
0	0	4	0	0	0
0	1	−3	4	0	0
0	−6	2	0	4	0
0	0	0	2	−3	4

Пивоваров Роман

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 47

5	0	0	0	0	0
3	5	0	0	0	0
-1	0	5	0	0	0
2	0	0	5	0	0
0	0	1	-3	5	0
0	2	-3	1	1	5

Полуянов Игорь

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 48

6	0	0	0	0	0
0	6	0	0	0	0
0	0	6	0	0	0
0	-1	2	6	0	0
0	-2	1	1	6	0
3	2	0	4	1	6

Пшеничников Артём

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 49

7	0	0	0	0	0
2	7	0	0	0	0
0	-3	7	0	0	0
0	4	0	7	0	0
0	0	0	0	7	0
3	0	2	-1	1	7

Разгоняев Максим

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 50

8	0	0	0	0	0
0	8	0	0	0	0
3	2	8	0	0	0
0	0	-2	8	0	0
0	0	-1	2	8	0
0	0	2	1	4	8

Русанов Сергей

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса
Вариант 51

9	0	0	0	0	0
0	9	0	0	0	0
2	0	9	0	0	0
0	1	-3	9	0	0
0	-3	1	0	9	0
0	0	0	5	-2	9

Савинов Дмитрий

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 52

-1	1	4	0	0	0
0	-1	4	-1	0	0
0	0	-1	0	3	2
0	0	0	-1	2	3
0	0	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	-1

Середа Вероника

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 53

-2	1	0	5	0	0
0	-2	1	3	-1	0
0	0	-2	0	0	3
0	0	0	-2	0	0
0	0	0	0	-2	2
0	0	0	0	0	-2

Симонов Лев

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 54

2	3	0	0	0	-4
0	2	0	2	-1	0
0	0	2	-4	2	0
0	0	0	2	1	0
0	0	0	0	2	0
0	0	0	0	0	2

Соболев Егор

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 55

-3	-2	0	0	0	0
0	-3	3	2	0	0
0	0	-3	-1	1	0
0	0	0	-3	3	-3
0	0	0	0	-3	0
0	0	0	0	0	-3

Соловьев Алексей

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 56

4	0	1	-1	4	-1
0	4	0	0	1	-2
0	0	4	0	-1	2
0	0	0	4	0	0
0	0	0	0	4	-2
0	0	0	0	0	4

Софьин Вячеслав

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 57

−5	3	0	0	4	0
0	−5	1	0	−2	1
0	0	−5	−2	3	0
0	0	0	−5	1	0
0	0	0	0	−5	0
0	0	0	0	0	−5

Степанов Илья

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 58

−6	1	2	−1	0	0
0	−6	1	2	0	0
0	0	−6	0	1	−4
0	0	0	−6	0	0
0	0	0	0	−6	0
0	0	0	0	0	−6

Толмачёв Игорь

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 59

−7	0	0	2	0	1
0	−7	−4	0	1	0
0	0	−7	−1	0	2
0	0	0	−7	0	0
0	0	0	0	−7	4
0	0	0	0	0	−7

Торопов Павел

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 60

−8	4	0	−2	0	0
0	−8	0	3	3	0
0	0	−8	2	2	0
0	0	0	−8	0	−1
0	0	0	0	−8	5
0	0	0	0	0	−8

Умарова Амина

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 61

−9	1	−1	3	0	0
0	−9	0	1	0	−3
0	0	−9	2	2	0
0	0	0	−9	0	0
0	0	0	0	−9	1
0	0	0	0	0	−9

Фадин Константин

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 62

-1	-1	3	0	0	0
0	-1	2	-1	0	0
0	0	-1	0	3	2
0	0	0	-1	-2	-3
0	0	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	-1

Факторович Софья

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 63

2	-1	0	0	0	3
0	2	0	2	-1	0
0	0	2	-4	2	0
0	0	0	2	3	0
0	0	0	0	2	0
0	0	0	0	0	2

Фонарева Виктория

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 64

4	0	1	-3	2	
0	4	-4	0	1	0
0	0	4	0	-1	2
0	0	0	4	0	0
0	0	0	0	4	0
0	0	0	0	0	4

Хабиров Тимур

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 65

2	2	0	0	0	-3
0	2	1	4	-1	0
0	0	2	-4	1	0
0	0	0	2	0	0
0	0	0	0	2	0
0	0	0	0	0	2

Чайковский Никита

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 66

-3	-4	0	0	0	0
0	-3	1	3	0	0
0	0	-3	-1	4	0
0	0	0	-3	2	-1
0	0	0	0	-3	0
0	0	0	0	0	-3

Чистякова Екатерина

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 67

4	2	0	0	-4	0
0	4	3	1	0	0
0	0	4	2	-3	0
0	0	0	4	0	0
0	0	0	0	4	2
0	0	0	0	0	4

Шишкин Артём

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 68

-5	3	0	0	1	0
0	-5	1	-4	2	1
0	0	-5	0	1	0
0	0	0	-5	0	0
0	0	0	0	-5	3
0	0	0	0	0	-5

Шукаев Олег

Поиск ЖНФ матрицы и жорданова базиса

Вариант 69

-6	0	2	1	1	0
0	-6	1	4	0	0
0	0	-6	0	1	-3
0	0	0	-6	0	0
0	0	0	0	-6	0
0	0	0	0	0	-6

Шумахер Демид
