

Серия 4. Связность

1. Любое ли дерево является деревом блоков и точек сочленения некоторого графа?

2. Пусть G — связный граф, $U \subsetneq V(G)$. Докажите, что в G есть не менее $|U|$ рёбер, инцидентных вершинам из U .

3. Докажите, что если граф G — эйлеров, то каждый его блок также эйлеров.

4. В группе людей некоторые знакомы. Если выбрать нескольких из них так, что каждый из оставшихся знаком хотя бы с одним из выбранных, то окажется, что выбрано не менее 10 человек. Докажите, что из этой группы можно выбрать 10 попарно незнакомых людей.

5. Вершины графа — mn узлов клетчатой сетки $m \times n$. В графе выделили остовное дерево T , а его вершины правильным образом покрасили в два цвета. При каких m и n все висячие вершины дерева T могут оказаться одноцветными?

6. Пусть G — граф на $n \geq 3$ вершинах, G_1, \dots, G_n — все графы, полученные из G удалением одной вершины. Графы G_1, \dots, G_n изображены на n листочках, вершины графов не помечены (возможно, на некоторых картинках графы совпадают). Докажите, что по графам G_1, \dots, G_n можно установить:

- а) степени вершин графа G ;
- б) связан ли граф G ;
- в) максимальные компоненты графа G в случае, когда он несвязен;
- г) граф G в случае, когда известно, что он несвязен.