

#### Серия 4. Связность

1. Любое ли дерево является деревом блоков и точек сочленения некоторого графа?

2. Пусть  $G$  — связный граф,  $U \subsetneq V(G)$ . Докажите, что в  $G$  есть не менее  $|U|$  рёбер, инцидентных вершинам из  $U$ .

3. Докажите, что если граф  $G$  — эйлеров, то каждый его блок также эйлеров.

4. В группе людей некоторые знакомы. Если выбрать нескольких из них так, что каждый из оставшихся знаком хотя бы с одним из выбранных, то окажется, что выбрано не менее 10 человек. Докажите, что из этой группы можно выбрать 10 попарно незнакомых людей.

5. Докажите, что в графе минимальной степени  $2d-1$  можно выбрать паросочетание, в котором хотя бы  $d$  рёбер.

6. Пусть  $G$  — граф на  $n \geq 3$  вершинах,  $G_1, \dots, G_n$  — все графы, полученные из  $G$  удалением одной вершины. Графы  $G_1, \dots, G_n$  изображены на  $n$  листочках, вершины графов не помечены (возможно, на некоторых картинках графы совпадают). Докажите, что по графам  $G_1, \dots, G_n$  можно установить:

- а) степени вершин графа  $G$ ;
- б) связан ли граф  $G$ ;
- в) максимальные компоненты графа  $G$  в случае, когда он несвязен;
- г) граф  $G$  в случае, когда известно, что он несвязен.