Задание 8 (на 01.04).

CC 38. Рассмотрим задачу `Max-3-SAT`, в которой ко формуле в 3-КНФ необходимо найти максимальное число клозов, которые можно одновременно удовлетворить. Придумайте полиномиальный вероятностный алгоритм, который по 3-КНФ формуле "в среднем" (мат. ожидание) выдает $\frac{7}{8}$ приближение задачи `Max-3-SAT`.

CC 39. Придумайте "в среднем" (мат. ожидание) полиномиальный вероятностный алгоритм, который по 3-КНФ формуле выдает $\frac{7}{8}$ приближение задачи `Max-3-SAT`.

CC 40. Докажите, что если $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{BPP}$, то $\mathbf{NP} = \mathbf{RP}$.

CC 41. Пусть **ZPP** — это класс языков, которые принимаются вероятностной машиной Тьюринга без ошибки, математическое ожидание времени работы которых полиномиально. Докажите, что:

(a) $L \in \mathbf{ZPP}$ тогда и только тогда, когда существует полиномиальная по времени вероятностная машина Тьюринга M, которая выдает $\{0, 1, ?\}$, что для всех $x \in \{0,1\}^*$ с вероятностью 1, $M(x) \in \{L(x), ?\}$ и $\Pr[M(x) = ?] \leq \frac{1}{2}$;

(б) $\mathbf{ZPP} = \mathbf{RP} \cap \mathbf{co\text{-}RP}$.

CC 42. **BPL** — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга M, которая использует логарифмическую память, останавливается при всех последовательностях случайных битов и для всех x выполняется, что $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$. Покажите, что $\mathbf{BPL} \subseteq \mathbf{P}$.

CC 43. (подсказка: понизьте ошибку) Докажите, что $\mathbf{MA} \subseteq \mathbf{AM}$.

CC 10. Докажите, что:

(a) что число n простое тогда и только тогда, когда для каждого простого делителя q числа $n-1$ существует $a \in 2, 3, \ldots, n-1$ при котором $a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$, а $a^{\frac{n-1}{q}} \not\equiv 1 \pmod{n}$;

CC 26. (подсказка: $\mathbf{NEXP}^{\mathbf{NP}} vs. \mathbf{NEXP}$) Докажите, что если $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$, то существует язык из **EXP**, схемная сложность которого не меньше $\frac{2^n}{10n}$.

CC 33. Докажите, что задача `CircuitEval` **P**-полная.

CC 37. (подсказка: представьте формулу, как дерево и найдите "среднюю" вершину) Покажите, что язык можно разрешить булевой формулой размера s тогда и только тогда, когда этот язык можно разрешить булевой схемой глубина $O(\log(s))$.