

Задание 14 (на 13.05).

**СС 26.** (подсказка:  $\text{NEXP}^{\text{NP}}$  vs.  $\text{NEXP}$ ) Докажите, что если  $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ , то существует язык из  $\mathbf{EXP}$ , схемная сложность которого не меньше  $\frac{2^n}{10n}$ .

**СС 44.** Покажите, что:

(в)  $\mathbf{BPP} \subseteq \mathbf{VTime}(n^{\log n}) \subsetneq \mathbf{VTime}(2^n)$ .

**СС 45.** Определим язык

$$\mathbf{QNR} = \{(y, m) \mid y \text{ не является квадратичным вычетом по модулю } m\}.$$

Докажите, что  $\mathbf{QNR} \in \mathbf{IP}$ .

Определим класс  $\mathbf{UP}$ .  $L \in \mathbf{UP}$ , если существует такая недетерминированная машина Тьюринга  $M$ , что для любого  $x$  выполнено:  $M(x) = L(x)$  и существует не более одной подсказки, которая принимается машиной  $M$ .

**СС 54.** Докажите, что:

(а) язык простых чисел лежит в классе  $\mathbf{UP}$ ;

(б) если  $\mathbf{USAT} \in \mathbf{UP}$ , то  $\mathbf{NP} = \mathbf{co-NP}$ .

**СС 55.** Покажите, что существует такой оракул  $A$  и язык  $L \in \mathbf{NP}^A$ , что  $L$  не сводится по Тьюрингу к  $\mathbf{3SAT}$ , даже если сведение может использовать оракул  $A$ .

**СС 57.** Покажите, что  $\mathbf{AM} = \mathbf{AM}_1$

**СС 59.** Покажите, что если  $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{P/poly}$ , то  $\mathbf{PSPACE} = \mathbf{MA}$  (подсказка: используйте  $\mathbf{IP} = \mathbf{PSPACE}$ ).

**СС 62.** Пусть есть оракул, который считает перманент матрицы  $n \times n$  над полем  $\mathbb{F}$  верно для доли матриц  $1 - \frac{1}{3n}$ . Пусть  $|\mathbb{F}| > 3n$ . Докажите, что используя этот оракул можно построить вероятностный полиномиальный по времени алгоритм, который для каждой матрицы с большой вероятностью находит ее перманент.