

Практика 6. Теория графов, продолжение.

COMB 70. Сколько различных остовных подграфов и сколько различных индуцированных подграфов может иметь простой связный граф G , построенный на n вершинах и m ребрах?

COMB 71. Пусть G есть простой граф, все вершины которого имеют степени, большие или равные двум. Доказать, что в таком графе обязательно присутствует подграф, являющийся циклом C .

COMB 72. Доказать, что любой цикл наименьшей длины в графе G представляет собой индуцированный подграф

COMB 73. Доказать, что максимальное количество ребер в простом двудольном графе на n вершинах не превосходит $\frac{n^2}{4}$ в случае, когда число вершин четно, и $\frac{n^2-1}{4}$ в случае, когда это число нечетно.

COMB 74. Доказать, что графы G и H изоморфны тогда и только тогда, когда изоморфны их дополнения \bar{G} и \bar{H} .

COMB 75. Сколько существует различных непомеченных турниров, построенных на двух, трех и четырех вершинах? Постройте все эти турниры.

COMB 76. Граф G называется самодополненным (self-complementary), если он изоморфен своему дополнению \bar{G} . Привести примеры самодополненных графов, построенных на четырех и пяти вершинах.

COMB 77. Построить простой граф, группа автоморфизмов которого изоморфна S_3 .

COMB 78. Доказать, что для любого простого графа G группа $\text{Aut}(G) = \text{Aut}(\bar{G})$.

COMB 79. Пусть граф G имеет остовные деревья диаметрами 2 и l . Доказать, что в таком графе для любого $k \in (2, l)$ существует остовное дерево диаметром k .

COMB 80. Полным m -арным деревом называется корневое дерево, у которого любая вершина, отличная от листа, имеет ровно m сыновей. Предположим, что у такого дерева имеется k вершин, отличных от листа. Доказать, что в таком дереве имеется $(m - 1)k + 1$ лист.