

Листок 5. Арифметическая иерархия.

ML 25. Используя теорему Клини

- (а) докажите, что существует алгоритм, который на всех входах выводит свой номер;
- (б) докажите, что существует алгоритм, который на всех входах выводит квадрат своего номера.

ML 26. Используя теорему Клини

- (а) покажите, что существует алгоритм, который всюду останавливается и выдает 1 на числе, которое является квадратом его номера, а на всех остальных входах выдает ноль;
- (б) докажите, что существуют два различных алгоритма \mathcal{A} и \mathcal{B} , что алгоритм \mathcal{A} печатает $\#B$, а алгоритм \mathcal{B} печатает $\#A$.

ML 27. Является ли перечислимым множество всех программ, вычисляющих сюръективные функции. А его дополнение?

ML 28. Пусть $H = \{(n, x) \mid \langle n \rangle(x) \text{ останавливается}\}$. Покажите, что $H \in \Sigma_1$ и любое множество из Σ_1 m -сводится к H .

ML 29. Покажите, что множество номеров алгоритмов, которые не останавливаются ни на одном входе

- (а) лежит в классе Π_1 ;
- (б) любое другое множество из Π_1 m -сводится к этому множеству;
- (в) покажите, что это множество не лежит в Σ_1 .

ML 19. Существует ли алгоритм, проверяющий, что данная программа считает полиномиально вычислимую функцию. (т.е. такую функцию, для которой существует алгоритм, вычисляющий ее, который работает полиномиальное время).

ML 21. Докажите, что существует: счетное число не пересекающихся перечислимых множеств, никакие два из которых нельзя отделить разрешимым.

ML 23.

Задача Поста состоит в следующем: есть доминошки n видов $\begin{bmatrix} s_i \\ t_i \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} s_n \\ t_n \end{bmatrix}$, s_i и t_i — конечные строки, есть неограниченный запас доминошек каждого вида, доминошки переворачивать нельзя. Требуется определить, можно ли составить несколько доминошек так, чтобы в верхней и нижней их половине читалась одна и та же строка, такие последовательности доминошек будем называть согласованными. Докажите, что задача Поста алгоритмически неразрешима.

ML 24. В алфавите есть буквы R и S . Для каждого слова разрешается вычеркивать или дописывать в произвольные места подслова RRR и SS .

Также можно заменять подслово SRS на RR и наоборот. Придумайте алгоритм, который по двум словам в этом алфавите проверит, можно ли по этим правилам одно получить из другого.