

Домашняя работа 5. Остовные деревья.

Необходимо решить 5 задач.

СОМВ 56. Посчитайте число остовных деревьев графа $K_{3,n}$ не используя рекуррентное соотношение и матричную теорему о деревьях.

СОМВ 57. Используя матричную теорему о деревьях, подсчитать количество всех остовных деревьев полного двудольного графа $K_{m,n}$.

СОМВ 58. Доказать, что количество корневых лесов, построенных на n вершинах, описывается формулой $(n+1)^{(n-1)}$.

СОМВ 59. Пусть у нас имеется улица с односторонним движением, на которой расположено n парковочных мест. На эту улицу последовательно заезжают машины с порядковыми номерами от 1 до n . Каждая i -я машина по прибытии едет вначале к своему любимому парковочному месту $f(i)$. Если это место оказывается свободным, то она занимает его. В противном случае она пытается занять первое следующее за ним свободное место. В случае, если такового не оказывается, процесс парковки считается завершившимся неудачей.

Функция $f : [n] \rightarrow [n]$ называется парковочной функцией, если задаваемая ею парковка всех n машин прошла успешно. Доказать, что количество всех различных парковочных функций равно $(n+1)^{(n-1)}$.

СОМВ 60. Какова максимальная степень вершины в дереве, последовательность Прюфера которой имеет вид $(1, 7, 2, 2, 2, 2)$?

СОМВ 61. Используя матричную теорему о деревьях, подсчитать количество всех помеченных деревьев на n вершинах.