

#### Практика 4. Деревья.

**COMB 45.** Привести пример графа, построенного на  $n$  вершинах, имеющего  $n - 1$  ребро и не являющегося деревом.

**COMB 46.** Доказать, что любое дерево является двудольным графом.

**COMB 47.** Пусть в дереве  $T$  имеется четное количество ребер. Доказать, что в таком дереве обязательно найдется хотя бы одна вершина четной степени.

**COMB 48.** Доказать, что вершина  $x$  дерева  $T$  является точкой сочленения тогда и только тогда, когда ее степень строго больше единицы.

**COMB 49.** Подсчитать количество всех деревьев, построенных на множестве вершин  $[n]$ , у которых вершина с меткой  $i$  имеет степень  $d_i$ . Вывести отсюда формулу Кэли для количества всех деревьев на  $n$  вершинах.

**COMB 50.** Используя формулу Кэли, доказать, что в графе  $K_n - e$  имеется ровно  $(n - 2) \cdot n^{n-3}$  остовных деревьев.