

## Практика 6. Эйлеровы и Гамильтоновы графы.

**СОМВ 62.** Верно ли, что каждый простой эйлеров граф имеет четное количество ребер? А простой эйлеров граф, построенный на четном количестве вершин? А эйлеров двудольный граф?

**СОМВ 63.** Доказать, что в эйлеровом графе отсутствуют мосты.

**СОМВ 64.** Рассмотрим связный простой регулярный граф  $G$ , степень любой вершины которого равна четырем. Доказать, что ребра этого графа всегда можно покрасить в два цвета (красный и синий) так, чтобы любая вершина была инцидентна ровно двум синим и ровно двум красным ребрам.

**СОМВ 65.** Доказать, что в графе  $G$ , в котором существует гамильтонов цикл, точки сочленения отсутствуют.

**СОМВ 66.** Вывести формулу для подсчета общего количества простых циклов в полном графе  $K_n$ .

**СОМВ 67.** Подсчитать количество гамильтоновых циклов в полном двудольном графе  $K_{n,n}$ .

**СОМВ 68.** Доказать, что любой сильно связный турнир  $T$ , построенный на  $n$  вершинах, содержит циклы длины  $3, 4, \dots, n$ . Следствием этого утверждения является, в частности, тот факт, что в любом сильно связном графе существует гамильтонов цикл.

**СОМВ 69.** Пусть  $T$  есть турнир, построенный на 7 вершинах, каждая из которых имеет исходящую степень, равную трем. Доказать, что в таком орграфе найдутся два вершинно несвязанных цикла.

**СОМВ 77.** Доказать, что любой сильно связный турнир  $T$ , построенный на  $n$  вершинах, содержит циклы длины  $3, 4, \dots, n$ .

**СОМВ 79.** Пусть  $T$  есть турнир, построенный на 7 вершинах, каждая из которых имеет исходящую степень, равную трем. Доказать, что в таком орграфе найдутся два вершинно несвязанных цикла.