

Практика 8. Разрезы и связность.

COMB 86. Пусть каждый из двух остовных подграфов S_1 и S_2 пересекаются с каким-то третьим остовным подграфом S_3 по четному числу ребер. Доказать, что тогда и $S_1 \Delta S_2$ пересекается с S_3 по четному числу ребер.

COMB 87. Доказать, что любой реберный разрез $[S, \bar{S}]$ можно представить в виде линейной комбинации фундаментальных реберных разрезов ∂_{e_i} .

COMB 88. Доказать, что $\kappa(G) < n - 1$ для всех графов G , отличных от K_n .

COMB 89. Привести пример графа G с $\kappa(G) = 2$, $\lambda(G) = 3$, $\delta(G) = 4$.

COMB 90. Построить наименьшие по количеству вершин 3-регулярные графы G_2 и G_3 , для которых $\kappa(G_2) = 2$, $\kappa(G_3) = 3$.

COMB 91. Доказать, что в графе Петерсена любой реберный разрез $\partial(S)$ мощности $|\partial(S)| = 3$ соответствует случаю $|S| = 1$.

COMB 77. Доказать, что любой сильно связный турнир T , построенный на n вершинах, содержит циклы длины $3, 4, \dots, n$.

COMB 78. Доказать, что среди $n > 3$ вершин сильно связного турнира T найдутся по крайней мере две вершины x , такие, что орграф $T - x$ остается сильно связным.

COMB 79. Пусть T есть турнир, построенный на 7 вершинах, каждая из которых имеет исходящую степень, равную трем. Доказать, что в таком орграфе найдутся два вершинно несвязанных цикла.

COMB 80. Пусть T есть произвольное остовное дерево связного графа G . Доказать, что никакое подмножество ребер кодерева \bar{T} не образует минимального реберного разреза в G .