

## Практика 9. Связность.

**COMB 98.** Пусть  $G$  есть простой связный граф, в котором  $\delta(G) \geq n - 2$ , где  $n$  — количество вершин в графе. Доказать, что в этом случае  $\kappa(G) = \delta(G)$ . Предъявить для любого  $n > 3$  граф с  $\delta(G) = n - 3$ , у которого  $\kappa(G) < \delta(G)$ .

**COMB 99.** Выразить количество  $n$  вершин односвязного графа  $G$  через количество  $n_i$  этих вершин в каждом из  $k$  блоков  $B_1, \dots, B_k$  графа  $G$ .

**COMB 100.** Выразить количество остовных деревьев односвязного графа  $G$  через количество остовных деревьев в каждом из  $k$  блоков  $B_1, \dots, B_k$  графа  $G$ .

**COMB 101.** Доказать, что любая вершина односвязного графа  $G$  имеет четную степень тогда и только тогда, когда любой блок  $B_i$  такого графа эйлеров.

**COMB 102.** С помощью теоремы Менгера доказать вершинную  $k$ -связность  $k$ -мерного гиперкуба  $Q_k$ .

**COMB 103.** Построить минимально возможный такой граф  $G$ , что  $\kappa(G) = 3$  и в котором имеется пара несмежных вершин, соединенных между собой четырьмя попарно непересекающимися по внутренним вершинам путями.

**COMB 104.** Пусть  $G$  есть  $k$ -связный граф, диаметр которого равен  $d$ . Доказать, что количество  $n$  вершин в таком графе больше или равно  $k(d - 1) + 2$ . Для любого  $k \geq 1$  и  $d \geq 2$  построить  $k$ -связный граф, в котором это неравенство превращается в равенство.

**COMB 105.** Пусть  $G$  есть 3-связный граф, не являющийся двудольным графом. Доказать, что в таком графе содержатся по меньшей мере четыре цикла нечетной длины.