

**Домашнее задание 2. Формула включений исключений и
формула обращения Мебиуса.**

DM 25. (1 балл) В школе три спортивных команды. Для любых двух учеников найдётся команда, в которой они состоят оба. Докажите, что найдётся команда, в которой состоят по меньшей мере $2/3$ учеников.

DM 26. (1 балл) Сколькими различными способами можно переставить цифры $\{1, 1, 2, 2, 3, 4, 5\}$ так, чтобы никакие две одинаковые цифры не стояли рядом?

DM 27. (1 балл) Через $[n]$ будем обозначать множество натуральных чисел от единицы до n . Функция Эйлера $\varphi(n)$ определяется как количество чисел из $[n]$, взаимно простых с n . Найдите формулу для $\varphi(p^k)$, если p — простое.

DM 28. (1 балл) Найдите $\varphi(210)$.

DM 29. (1 балл) Докажите или опровергните, что для любых натуральных n, m верна формула:

$$\varphi(m \cdot n) = \varphi(m) \cdot \varphi(n).$$