

Практика 4. Повторение.

DM 30. Внутри равностороннего треугольника со стороной в один сантиметр расположено пять точек. Доказать, что расстояние между хотя бы двумя из них меньше 0.5 сантиметров.

DM 31. На плоскости нарисовано n попарно не параллельных прямых. Доказать, угол между по крайней мере двумя из этих прямых меньше или равен величине π/n .

DM 32. Булева функция $f(x_1, \dots, x_n)$ считается зависящей от своего параметра x_i , если существуют такие b_1, \dots, b_n такие, что $f(b_1, \dots, b_{i-1}, 0, \dots, b_n) \neq f(b_1, \dots, b_{i-1}, 1, \dots, b_n)$. Подсчитайте число функций которые зависят от всех своих n аргументов.

DM 23. Имеется произвольная последовательность a_1, \dots, a_n целых чисел, не обязательно различных. Доказать, что в такой последовательности обязательно найдется отрезок $a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_l$, сумма элементов которого $\sum_{i=k+1}^l a_i$ делится на n .

DM 24. Узлы бесконечной клетчатой бумаги покрашены в два цвета. Доказать, что существуют две горизонтальные и две вертикальные прямые, на пересечениях которых лежат точки, покрашенные в один и тот же цвет.