Рекомендательные системы

Сергей Николенко

Казанский Федеральный Университет, 2014

Outline

1. Коллаборативная фильтрация
   - Ближайшие соседи, SVD, машины Больцмана
   - Расширения
2. Онлайн-модели
   - Постановка задачи и бандиты
   - DGP

Рекомендательные системы

- Рекомендательные системы анализируют интересы пользователей и пытаются предсказать, что именно будет наиболее интересно для конкретного пользователя в данный момент времени.
- Компании–лидеры в рекомендательных системах в основном делятся на две категории:
  1. мы «продаём» какие-то товары или услуги онлайн; у нас есть пользователи, которые либо явно оценивают товары, либо просто что-то покупают, а что-то нет; интересно порекомендовать товар, который данному покупателю максимально понравится; Netflix, Amazon;
  2. мы – портал, делаем деньги тем, что размещаем рекламу, надо разместить ссылки, по которым пользователи захотят переходить (и видеть ещё больше вкусной рекламы); Yahoo!, Google, Яндекс, большинство новостных сайтов.

Онлайн vs. оффлайн

- У рекомендательной системы есть два разных «уровня», на которых она должна работать:
  - глобальные оценки, медленно меняющиеся особенности и предпочтения, интересные страницы, зависимость от user features (география, пол etc.) и т.д.;
  - кратковременные тренды, hotness, быстрые изменения интереса во времени.

Онлайн vs. оффлайн

- Это очень разные задачи с разными методами, поэтому различают два класса моделей.
  - *Оффлайн-модели* выявляют глобальные закономерности (обычно это и называется коллаборативной фильтрацией). Цель зачастую в том, чтобы найти и рекомендовать человеку то, что ему понравится, из достаточно редких вещей, работать с «длинными хвостами» распределений интересов людей и веб-страниц.
  - *Онлайн-модели* должны реагировать очень быстро (поэтому там обычно подходы попроще, как правило, не индивидуализированные), они выявляют кратковременные тренды, позволяют рекомендовать то, что hot прямо сейчас.

GroupLens

- Начнём краткий обзор разных рекомендательных систем с коллаборативной фильтрации.
- Обозначения:
  - индекс i всегда будет обозначать пользователей (всего пользователей будет N, $i = 1..N$);
  - индекс a – предметы (сайты, товары, фильмы...), которые мы рекомендуем (всего M, $a = 1..M$);
  - x_i – набор (вектор) признаков (features) пользователя, x_a – набор признаков предмета;
  - когда пользователь i оценивает предмет a, он производит отклик (response, rating) $r_{i,a}$; этот отклик – случайная величина, конечно.
- Наша задача – предсказывать оценки $r_{i,a}$, зная признаки x_i и x_a для всех элементов базы и зная некоторые уже расставленные в базе $r_{i',a'}$. Предсказание будем обозначать через $\hat{r}_{i,a}$.

GroupLens

- Начнём с небайесовских методов. Метод ближайших соседей: давайте введём расстояние между пользователями и будем рекомендовать то, что нравится вашим соседям.
- Расстояние:
  - коэффициент корреляции (коэффициент Пирсона)

$$w_{i,j} = \frac{\sum_a (r_{i,a} - \bar{r}_a)(r_{j,a} - \bar{r}_a)}{\sqrt{\sum_a (r_{i,a} - \bar{r}_a)^2}\sqrt{\sum_a (r_{j,a} - \bar{r}_a)^2}},$$

    где $\bar{r}_a$ – средний рейтинг продукта a среди всех пользователей;
  - косинус угла между векторами рейтингов, выставленных i и j, т.е.

$$w_{i,j} = \frac{\sum_a r_{i,a} r_{j,a}}{\sqrt{\sum_a r_{i,a}^2}\sqrt{\sum_a r_{j,a}^2}}.$$

GroupLens

- Простейший способ построить предсказание нового рейтинга $\hat{r}_{i,a}$ – сумма рейтингов других пользователей, взвешенная их похожестью на пользователя i:

$$\hat{r}_{i,a} = \bar{r}_a + \frac{\sum_j (r_{j,a} - \bar{r}_j)\, w_{i,j}}{\sum_j |w_{i,j}|}.$$

- Это называется GroupLens algorithm – так работал дедушка рекомендательных систем GroupLens.
- Чтобы не суммировать по всем пользователям, можно ограничиться ближайшими соседями:

$$\hat{r}_{i,a} = \bar{r}_a + \frac{\sum_{j \in \mathrm{kNN}(i)} (r_{j,a} - \bar{r}_j)\, w_{i,j}}{\sum_{j \in \mathrm{kNN}(i)} |w_{i,j}|}.$$

GroupLens

- Естественно предположить, что продукты, которые любят или не любят практически все пользователи, не слишком полезны в определении ближайшего соседа.
- Поэтому естественно взвесить продукты по тому, как часто их уже оценивали пользователи; такая метрика называется iuf – inverse user frequency, обратная частота пользователей: $f_a = \log \frac{N}{N_a}$, где N – общее число пользователей, N_a – число оценивших продукт a. Получается

$$w_{i,j}^{\text{idf}} = \frac{\sum_a f_a \sum_a f_a r_{i,a} r_{j,a} - \left(\sum_a f_a r_{i,a}\right)\left(\sum_a f_a r_{j,a}\right)}{\sqrt{\sum_a f_a \left(\sum_a f_a r_{i,a}^2 - \left(\sum_a f_a r_{i,a}\right)^2\right)} \sqrt{\sum_a f_a \left(\sum_a f_a r_{j,a}^2 - \left(\sum_a f_a r_{j,a}\right)^2\right)}},$$

а для косинуса

$$w_{i,j}^{\text{idf}} = \frac{\sum_a f_a^2 r_{i,a} r_{j,a}}{\sqrt{\sum_a (f_a r_{i,a})^2} \sqrt{\sum_a (f_a r_{j,a})^2}}.$$

Item-item CF

- Симметричный подход – item-based collaborative filtering. Считаем похожесть между продуктами, выбираем похожие продукты.
- Amazon: customers who bought this item also bought...
- Преимущество – может быть эффективнее за счёт того, что похожесть продуктов всегда можно считать оффлайн, пара новых оценок не повлияет на неё совсем радикально.
- Считаем похожесть между парами продуктов, у которых есть общий оценивший пользователь.

Вероятностные модели

- Из чего складывается рейтинг пользователя i, который он выдал продукту a?
- Вполне может быть, что пользователь добрый и всем подряд выдаёт хорошие рейтинги; или, наоборот, злой и рейтинг зажимает.
- С другой стороны, некоторые продукты попросту лучше других.
- Поэтому мы вводим так называемые *базовые предикторы* (baseline predictors) $b_{i,a}$, которые складываются из базовых предикторов отдельных пользователей b_i и базовых предикторов отдельных продуктов b_a, а также просто общего среднего рейтинга по базе μ:

$$b_{i,a} = \mu + b_i + b_a.$$

Вероятностные модели

- Чтобы найти предикторы, уже нужен байесовский подход: надо добавить нормально распределённый шум и получить модель линейной регрессии

$$r_{i,a} \sim \mathcal{N}\left(\mu + b_i + b_a, \sigma^2\right).$$

- Можно ввести априорные распределения и оптимизировать; или просто найти среднеквадратическое отклонение с регуляризатором:

$$b_* = \arg\min_b \sum_{(i,a)} (r_{i,a} - \mu - b_i - b_a)^2 + \lambda_1 \left(\sum_i b_i^2 + \sum_a b_a^2 \right).$$

Вероятностные модели

- С тем, чтобы напрямую обучать оставшуюся матрицу предпочтений вероятностными методами, есть одна очень серьёзная проблема – матрица X, выражающая рейтинги, содержит $N \times M$ параметров, гигантское число, которое, конечно, никак толком не обучить.
- Более того, обучать их и не надо – как мы уже говорили, данные очень разреженные, и «на самом деле» свободных параметров гораздо меньше, проблема только с тем, как их выделить.
- Поэтому обычно число независимых параметров модели необходимо уменьшать.

Вероятностные модели

- Метод SVD (singular value decomposition) – разложим матрицу X в произведение матриц маленького ранга.
- Зафиксируем некоторое число f *скрытых факторов*, которые так или иначе описывают каждый продукт и предпочтения каждого пользователя относительно этих факторов.
- Пользователь – вектор $p_i \in \mathbb{R}^f$, который показывает, насколько пользователь предпочитает те или иные факторы; продукт – вектор $q_a \in \mathbb{R}^f$, который показывает, насколько выражены те или иные факторы в этом продукте.

Вероятностные модели

- Предпочтение в итоге будем подсчитывать просто как скалярное произведение $q_a^\top p_i = \sum_{j=1}^{f} q_{a,j} p_{i,j}$.
- Таким образом, добавляя теперь сюда baseline-предикторы, получаем следующую модель предсказаний рейтингов:

$$\hat{r}_{i,a} \sim \mu + b_i + b_a + q_a^\top p_i.$$

Вероятностные модели

- Можно добавлять и дополнительную информацию в эту модель. Например, введём дополнительный набор факторов для продуктов y_a, которые будут характеризовать пользователя на основе того, что он просматривал, но не оценивал.
- Модель после этого принимает вид

$$\hat{r}_{i,a} = \mu + b_i + b_a + q_a^\top \left(p_i + \frac{1}{\sqrt{|V(i)|}} \sum_{b \in V(i)} y_b \right),$$

где $V(i)$ – множество продуктов, которые просматривал этот пользователь ($\frac{1}{\sqrt{|V(i)|}}$ контролирует дисперсию).

- Это называется SVD++.

Вероятностное разложение матриц

- Пусть мы хотим построить разложение матрицы рейтингов на матрицы меньшего ранга:

$$\hat{R} = U^\top V.$$

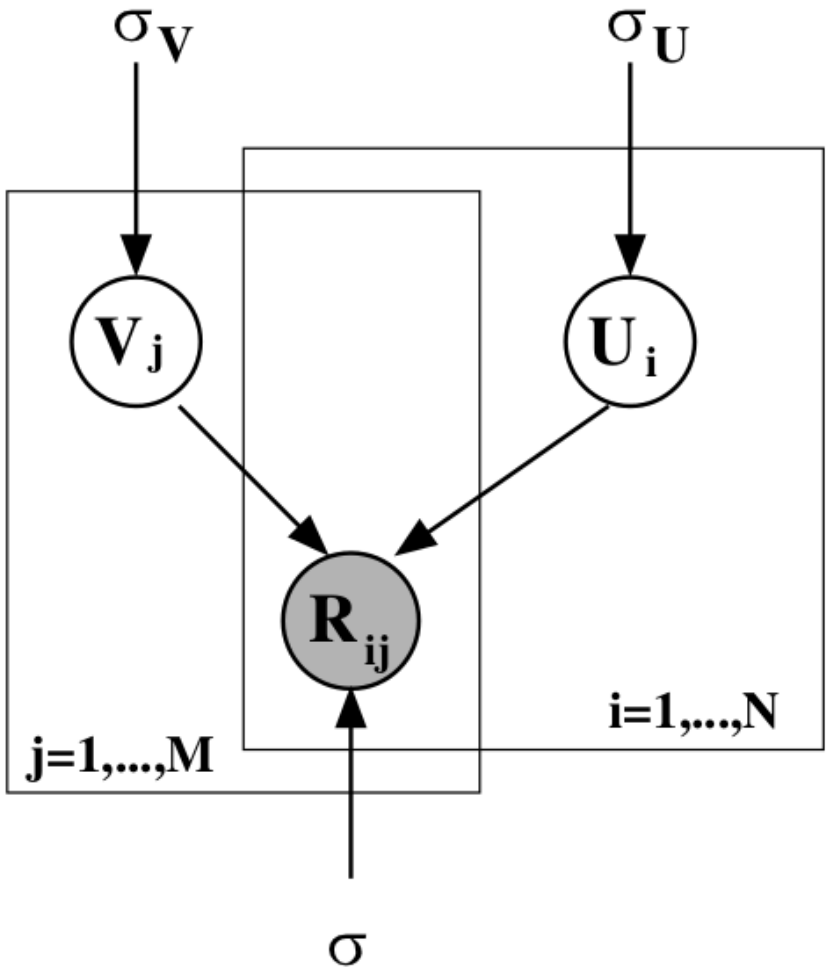
- Вероятностно мы имеем правдоподобие

$$p(R \mid U, V, \sigma^2) = \prod_i \prod_a \Big(\mathcal{N}(r_{i,a} \mid u_i^\top v_j, \sigma^2)\Big)^{[i \text{ оценил } a]}.$$

- Добавим гауссовские априорные распределения на U и V:

$$p(U \mid \sigma_U^2) = \prod_i \mathcal{N}(U_i \mid \mathbf{0}, \sigma_U^2 \boldsymbol{I}), \quad p(V \mid \sigma_V^2) = \prod_a \mathcal{N}(V_a \mid \mathbf{0}, \sigma_V^2 \boldsymbol{I}).$$

Графическая модель



Вероятностное разложение матриц

- Если просто зафиксировать σ^2, σ_V^2 и σ_U^2, то они будут играть роль регуляризаторов, и нет никакого отличия от «обычного» SVD.
- Разница здесь в том, что теперь мы можем автоматически найти оптимальные $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma^2, \sigma_V^2, \sigma_U^2)$, максимизируя общее правдоподобие модели:

$$\boldsymbol{\sigma}^* = \arg\max_{\boldsymbol{\sigma}} p(R|\boldsymbol{\sigma}) = \arg\max_{\boldsymbol{\sigma}} \int p(R, U, V|\boldsymbol{\sigma})\, dU dV$$

EM-алгоритмом:

- сначала зафиксируем $\boldsymbol{\sigma}$ и найдём

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \mathrm{E}_{U,V|R,\boldsymbol{\sigma}} \left[\log p(R, U, V \mid \boldsymbol{\sigma})\right];$$

- потом максимизируем

$$\boldsymbol{\sigma} := \arg\max_{\boldsymbol{\sigma}} f(\boldsymbol{\sigma}).$$

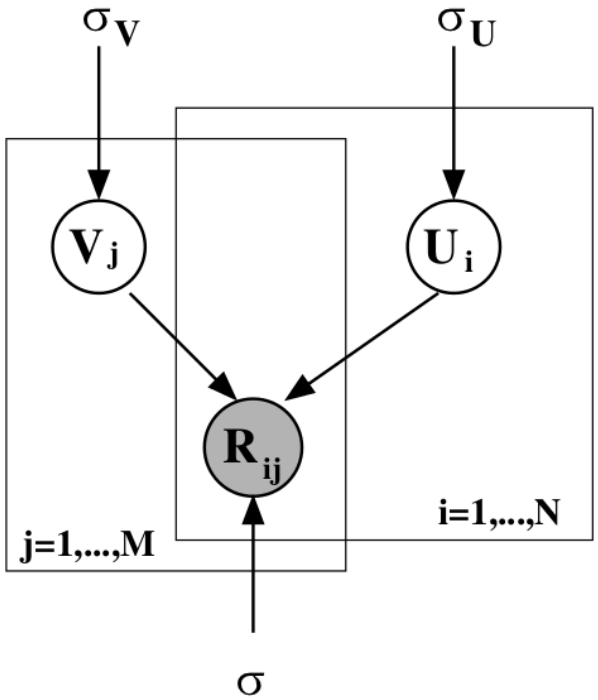
Вероятностное разложение матриц

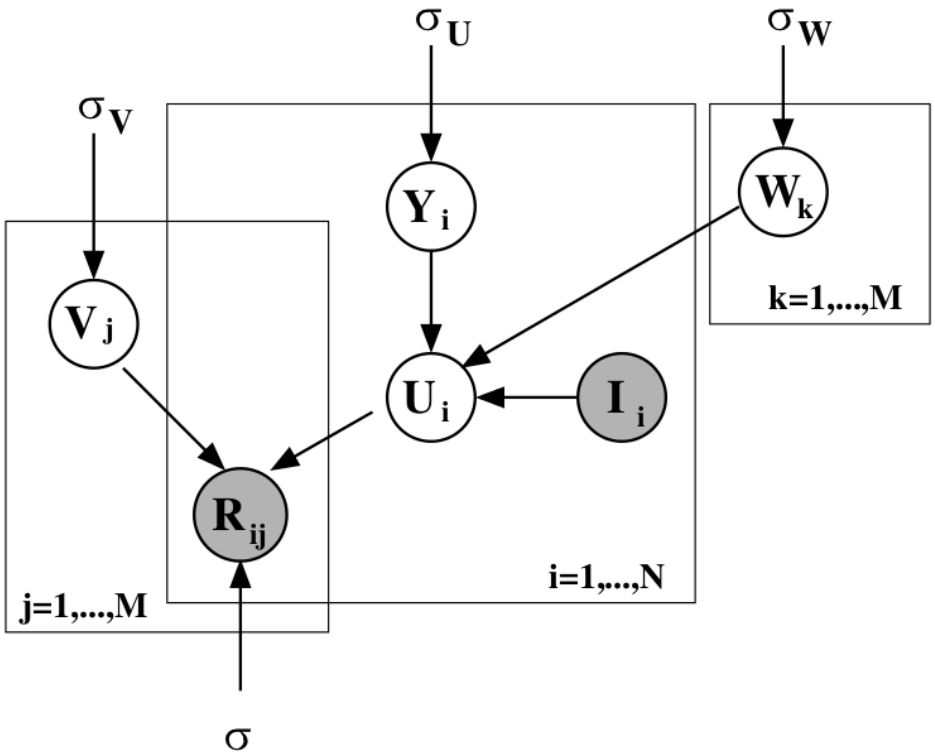
- Модификация: пользователи с малым числом оценок в PMF получат апостериорные распределения, очень похожие на «среднего пользователя».
- Чтобы на редких пользователей лучше обобщалось, добавим ещё факторы, которые меняют априорное распределение факторов у пользователя в зависимости от того, сколько и чего он оценил:

$$U_i = Y_i + \frac{\sum_a [i \text{ оценил } a] W_a}{\sum_a [i \text{ оценил } a]}.$$

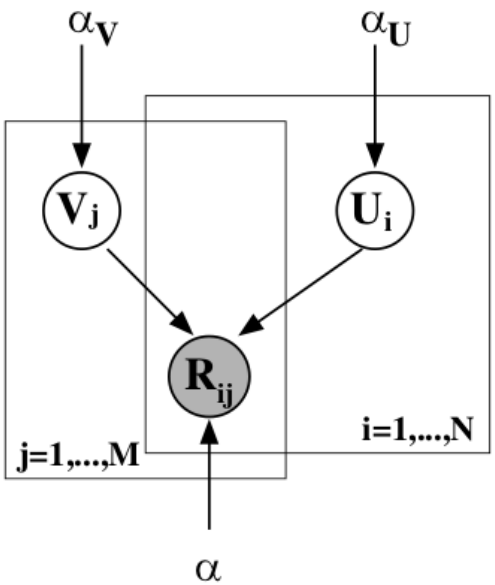
- Матрица W показывает, как влияет на априорное распределение
- Тоже в качестве регуляризатора берём априорный гауссиан: $p(W \mid \sigma_W^2) = \prod_i \mathcal{N}(W_i \mid \mathbf{0}, \sigma_W^2 \boldsymbol{I})$.

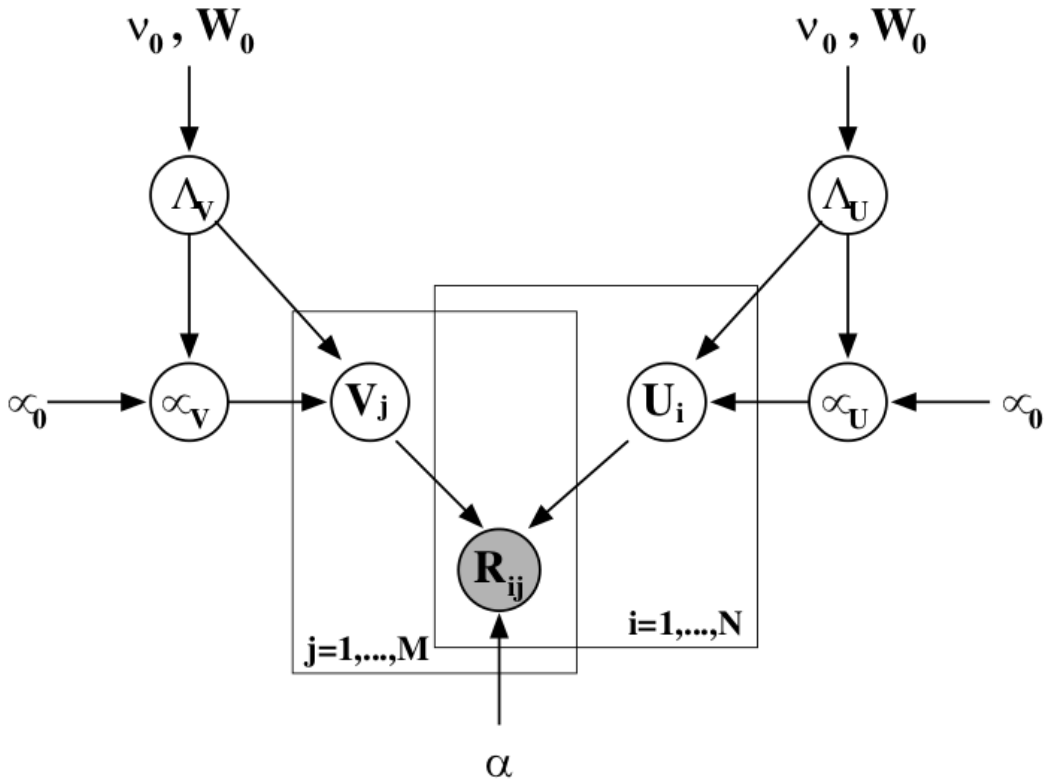
Графическая модель



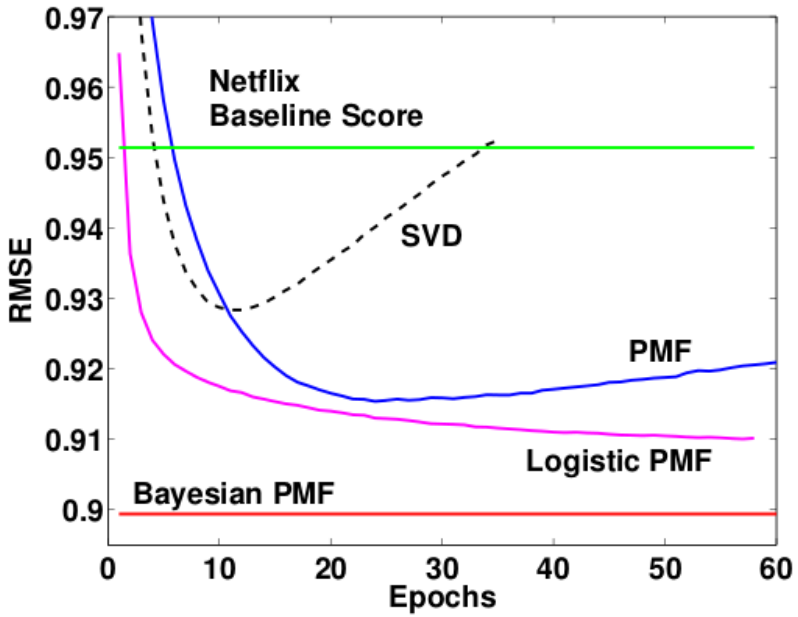


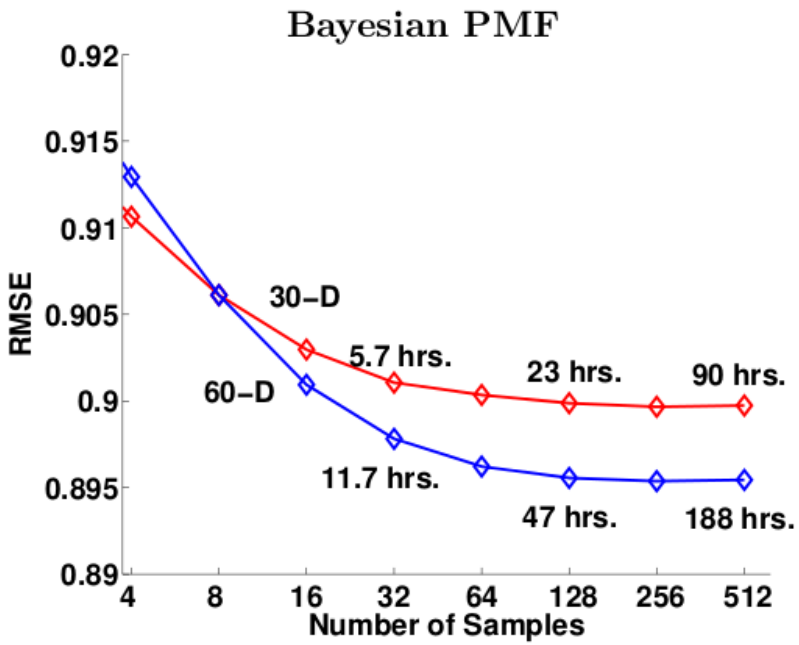
Графическая модель





Графическая модель



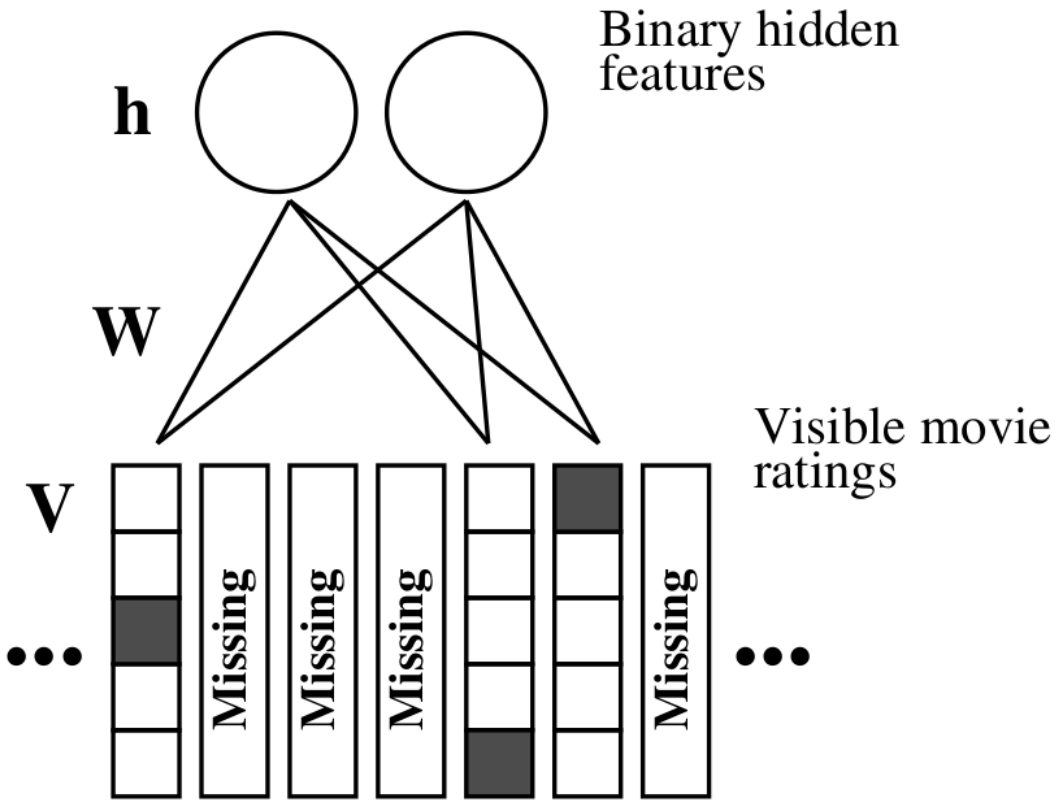


Машины Больцмана

- Ещё один метод вероятностного моделирования – *машины Больцмана* (restricted Boltzmann machine).
- Ненаправленная графическая модель, состоящая из двух уровней, видимого и скрытого.
- Машины Больцмана – основа для deep learning, одного из наших текущих представлений о том, как устроен мозг.

Машины Больцмана

- В коллаборативной фильтрации мы строим машиной Больцмана модель предпочтений пользователя.



Машины Больцмана

- В результате на скрытых нейронах обучается модель пользователя.
- Метод обучения – contrastive divergence (приближение к максимальному правдоподобию).
- RBM не то чтобы *лучше* SVD, но часто ошибается *в других местах*, поэтому комбинация этих двух моделей даёт значительное улучшение.

Комбинация моделей

- Кстати, что значит «комбинация моделей»?
  1. Просто линейная комбинация (байесовское усреднение или регрессия).
  2. *Бустинг*: метод комбинации простых классификаторов; в качестве простых классификаторов можно брать результаты сложных моделей (оценки вероятности успеха или ожидаемый рейтинг).
- Современные рекомендательные системы – всегда большие *ансамбли* моделей. Два уровня: обучение отдельных моделей в ансамбле (bootstrapping и т.п.) и обучение комбинации.

Регрессия по признакам

- Проблема: холодный старт.
- Надо как-то инициализировать; если вообще ничего не знаем, сделать ничего нельзя, конечно.
- Но так не бывает; обычно есть набор признаков – можно пытаться предсказывать значения факторов:
  - просто регрессией по признакам;
  - (обычно для продуктов) выделяя темы при помощи topic modeling.

Регрессия по признакам

- Получается, что для признаков пользователя x_i и продукта x_a мы рассматриваем модель

$$r_{i,a} \sim \mu + b_{\text{user}}(x_i) + b_{\text{item}}(x_a) + q_a^\top p_i(t),$$

где

$$b_{\text{user}}(x_i) \sim \mathcal{N}(u(x_i), \sigma_u^2),$$
$$b_{\text{item}}(x_i) \sim \mathcal{N}(v(x_i), \sigma_v^2),$$

и в качестве u и v может выступать любая регрессия [Agarwal, Chen, 2009].

Регрессия по признакам

- Ещё один вариант, через контент:
  - выделить темы из продуктов (LDA), получится распределение $z_{a,k}$ для каждого a;
  - обучить факторы $s_{i,k}$ того, насколько пользователю "нравятся" эти темы;
  - затем для нового продукта оценить темы $\hat{z}_{a,k}$ по контенту, а потом добавлять в модель слагаемое

$$r_{i,a} \sim \ldots + \sum_k s_{i,k}\hat{z}_{a,k},$$

  что помогает для холодного старта по продуктам.
- Есть модели, связанные с тем, как обучить не абы какие темы, а хорошо выражающие предпочтения.

Время в коллаборативной фильтрации

- Пример: давайте добавим время, т.е. будем рассматривать базовые предикторы и характеристики пользователя как функции от времени:

$$\hat{r}_{i,a} = \mu + b_i(t) + b_a(t) + q_a^\top p_i(t),$$

где

$$\begin{aligned} b_a(t) =& b_a + b_{a,\mathrm{Bin}(t)}, \\ b_i(t) =& b_i + \alpha_i \mathrm{dev}_i(t) + b_{i,t}, \\ p_{i,f}(t) =& p_{i,f} + \alpha_{i,f}\mathrm{dev}_i(t) + p_{i,f,t} + \frac{1}{\sqrt{|V(i)|}} \sum_{b \in V(i)} y_b, \\ \mathrm{dev}_i(t) =& \mathrm{sign}(t - t_i)\,|t - t_i|^\beta . \end{aligned}$$

- Это называется timeSVD++, и эта модель была одним из основных компонентов модели, взявшей Netflix Prize.

Социальные сети

- Предположим, что пользователи приходят из социальной сети.
- Т.е. есть друзья, есть социальный граф (его часть) и т.д. Это тоже можно добавить в рекомендательную модель:
  - фильтр/перевзвешивание в методе ближайших соседей;
  - дополнительные слагаемые в разложение типа SVD;
  - разложение матрицы доверия (из социального графа) вместе с матрицей рейтингов, меняем априорное распределение для PMF и т.д.

Метрики разнообразия

- Filter bubble: как вывести человека за его привычный круг.
- Можно до конца жизни рекомендовать одно и то же; метрики:
  - diversity – разнообразие, мера похожести элементов списка;
  - novelty – новизна для пользователя, распространённость продукта, доля его рейтингов;
  - serendipity – неожиданность, сюрприз, похожесть на историю пользователя.
- Для всего этого нужно уметь распознавать похожесть контента рекомендованных товаров.

Контекстно-зависимые рекомендации

- CARS (context-aware recommender systems) – мы рекомендуем в контексте:
  - временном;
  - ситуативном;
  - географическом;
  - предшествующего поведения пользователей и т.д.

Контекстно-зависимые рекомендации

- Формально контекст – это новые измерения в матрице предпочтений.
- Получается “гиперкуб” данных, есть методы тензорного разложения, аналогичного SVD.
- Но часто не хуже работают простые решения – отфильтровать контексты и обучить модели только по этим данным, добавить полученные модели и сам контекст как факторы в бленд.

Outline

1. Коллаборативная фильтрация
   - Ближайшие соседи, SVD, машины Больцмана
   - Расширения
2. Онлайн-модели
   - Постановка задачи и бандиты
   - DGP

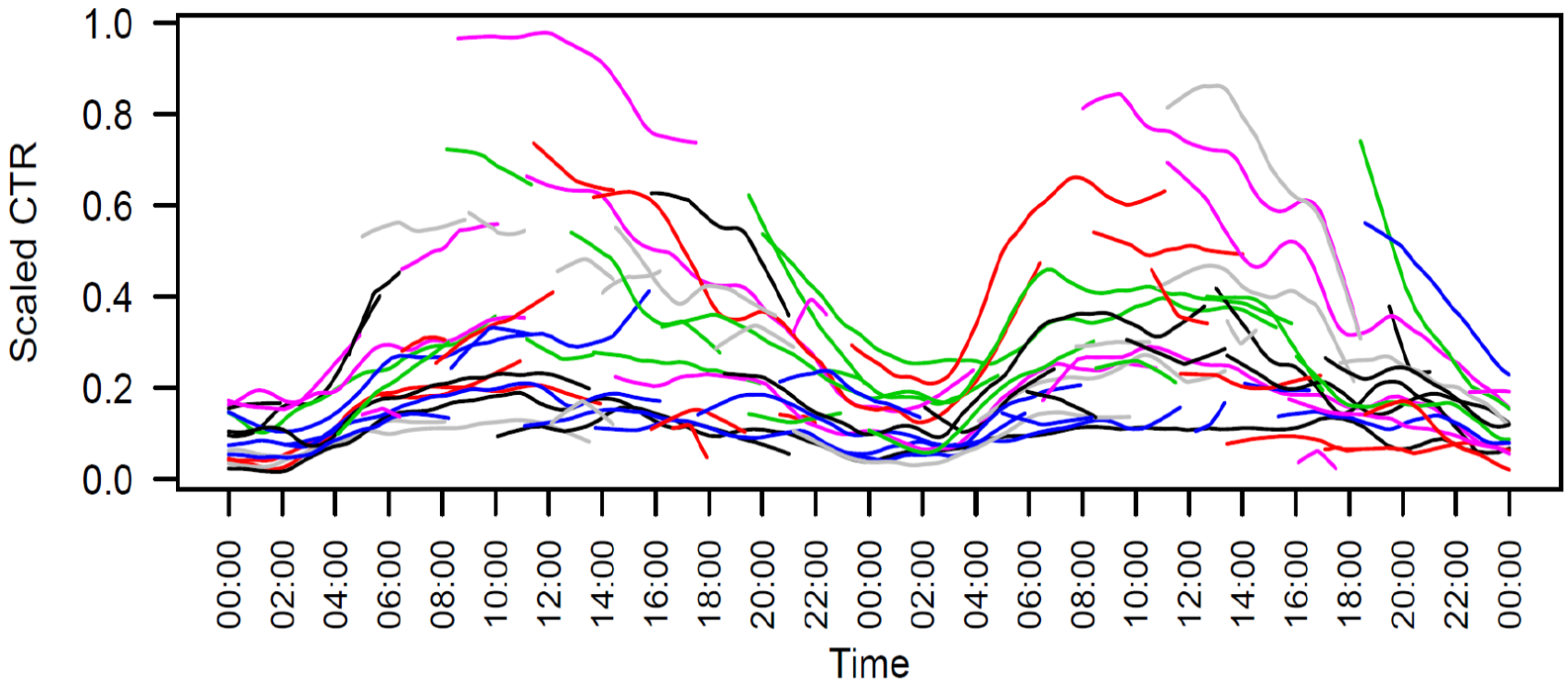
Постановка задачи

- *Онлайн-модели* отличаются от оффлайн-моделей тем, что их главная цель – как можно быстрее «поймать» изменения популярности тех или иных продуктов.
- Данных тут недостаточно, чтобы такие изменения можно было поймать методами коллаборативной фильтрации.
- Поэтому онлайн-методы обычно меньше персонализированы, индивидуальных данных не набёрется просто.

Постановка задачи

- Казалось бы, что может быть проще – есть набор продуктов/сайтов $a_1, \ldots, a_M$ со средними рейтингами $\bar{r}_1, \ldots, \bar{r}_M$; давайте упорядочим их по среднему рейтингу и будем рекомендовать пользователю продукты с наивысшим средним рейтингом.
- Однако такая система не будет достаточно чувствительной к быстрым изменениям истинного среднего рейтинга: представьте, что $\bar{r}_i$ внезапно резко уменьшился – может понадобиться очень много новых показов, чтобы привести нашу его оценку в соответствие с новым значением.

Пример


Scaled CTR
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
00:00
02:00
04:00
06:00
08:00
10:00
12:00
14:00
16:00
18:00
20:00
22:00
00:00
02:00
04:00
06:00
08:00
10:00
12:00
14:00
16:00
18:00
20:00
22:00
00:00
Time

Рекомендатели и бандиты

- Если мы хотим быстро оценивать средний рейтинг, то мы попадём в ситуацию обучения с подкреплением: есть набор продуктов, их надо рекомендовать, исход заранее неизвестен, и мы хотим оптимизировать суммарный рейтинг.
- Это называется задача о *многоруких бандитах* (multiarmed bandits).

Рекомендатели и бандиты

- Кратко пройдёмся по основным стратегиям:
  - *ϵ-жадная стратегия* (вариант: ϵ-начальная стратегия);
  - *ϵ-убывающая стратегия*: сделать так, чтобы ϵ убывало со временем;
  - *softmax-стратегии*: выбираем ручки с вероятностями, связанными с уже успевшей накопиться информацией; вероятность p_k дёрнуть за ручку k равна

$$p_k = \frac{e^{\hat{\mu}_k/\tau}}{\sum_{i=1}^{n} e^{\hat{\mu}_k/\tau}},$$

где $\hat{\mu}_k$ – наша текущая оценка среднего μ_k, а τ – параметр стратегии, называющийся *температурой* (это больцмановское распределение из статистической физики); температуру обычно постепенно понижают;

Рекомендатели и бандиты

- Кратко пройдёмся по основным стратегиям:
  - *стратегия* Exp3: если мы получили неожиданный результат – выбрали ручку с маленькой вероятностью, но получили при этом большой доход – стоит попробовать исследовать эту ручку дальше; вероятность выбрать на шаге t ручку k равна

$$p_k(t) = (1-\gamma)\frac{w_k(t)}{\sum_{i=1}^{n} w_i(t)} + \frac{\gamma}{n}, \text{ где}$$

$$w_j(t+1) = w_j(t)e^{\gamma \frac{r_j(t)}{p_j(t)n}},$$

если ручку j дёргали на шаге t с наблюдаемой наградой $r_j(t)$.

Рекомендатели и бандиты

- Кратко пройдёмся по основным стратегиям:
  - *Стратегия* IntEstim. Совершенно другой подход, более «честный» вероятностно – подсчитывать для каждого автомата доверительный интервал с верхней границей $(1-\alpha)$ (в некоторых предположениях, конечно), где α – параметр стратегии, а затем выбирать автомат, у которого максимальна *верхняя* граница доверительного интервала. Такой интервал легко подсчитать для (нашего) булевого случая испытаний Бернулли, когда награда фактически равна либо 0, либо 1 (понравилось или нет), он равен $\left[\bar{p} - z_\alpha\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \bar{p} + z_\alpha\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right]$, где $\bar{p} = \frac{\sum r_i}{n}$ – текущее среднее, а z_α берётся из таблиц (специальных функций); например, для $\alpha = 0.05$ будет $z_\alpha = 1.96$.

Рекомендатели и бандиты

- Кратко пройдёмся по основным стратегиям:
  - *Стратегия* $\mathrm{UCB1}$. Учитывает неопределённость, «оставшуюся» в той или иной ручке, старается ограничить regret. Если мы из n экспериментов n_i раз дёрнули за i-ю ручку и получили среднюю награду $\hat{\mu}_i$, алгоритм $\mathrm{UCB1}$ присваивает ей приоритет

$$\mathrm{Priority}_i = \hat{\mu}_i + \sqrt{\frac{2 \log n}{n_i}}.$$

  Дёргать дальше надо за ручку с наивысшим приоритетом.

DGP

- Но это просто оценка статической ситуации, а мы помним, что надо двигаться быстро.
- Модель Dynamic Gamma–Poisson (DGP): фиксируем период времени t (небольшой) и будем считать показы и клики (рейтинги, отметки «like» и т.д.) за время t.
- Пусть мы в течение периода t показали продукт n_t раз и получили суммарный рейтинг r_t (если это ссылки на странице, например, то будет суммарное число кликов $r_t \leq n_t$).
- Тогда нам в каждый момент t дана последовательность $n_1, r_1, n_2, r_2, \ldots, n_t, r_t$, и мы хотим предсказать p_{t+1} (доля успешных показов в момент $t+1$, CTR).

DGP

- Вероятностные предположения модели DGP:
  1. $(r_t \mid n_t, p_t) \sim \text{Poisson}(n_t, p_t)$ (для данного n_t и p_t, r_t распределено по пуассоновскому распределению).
  2. $p_t = \epsilon_t p_{t-1}$, где $\epsilon_t \sim \text{Gamma}(\mu = 1, \sigma = \eta)$ (средняя доля успешных показов p_t меняется не слишком быстро, а путём умножения на случайную величину ϵ_t, которая имеет гамма-распределение вокруг единицы).
  3. Параметрами модели являются параметры распределения $p_1 \sim \text{Gamma}(\mu = \mu_0, \sigma = \sigma_0)$, а также параметр η, который показывает, насколько «гладко» может изменяться p_t.
  4. Соответственно, задача заключается в том, чтобы оценить параметры апостериорного распределения

$$(p_{t+1} \mid n_1, r_1, n_2, r_2, \ldots, n_t, r_t) \sim \text{Gamma}(\mu = ?, \sigma = ?).$$

DGP

- Можно пересчёт параметров в этой модели явно вычислить аналитически.
- Пусть на предыдущем шаге $t-1$ мы получили некоторую оценку μ_t, σ_t для параметров модели:

$$(p_t \mid n_1, r_1, n_2, r_2, \ldots, n_{t-1}, r_{t-1}) \sim \text{Gamma}(\mu = \mu_t, \sigma = \sigma_t),$$

  а затем получили новую точку (n_t, r_t).
- Тогда, обозначив $\gamma_t = \frac{\mu_t}{\sigma_t^2}$ (эффективный размер выборки), сначала уточним оценки μ_t, σ_t:

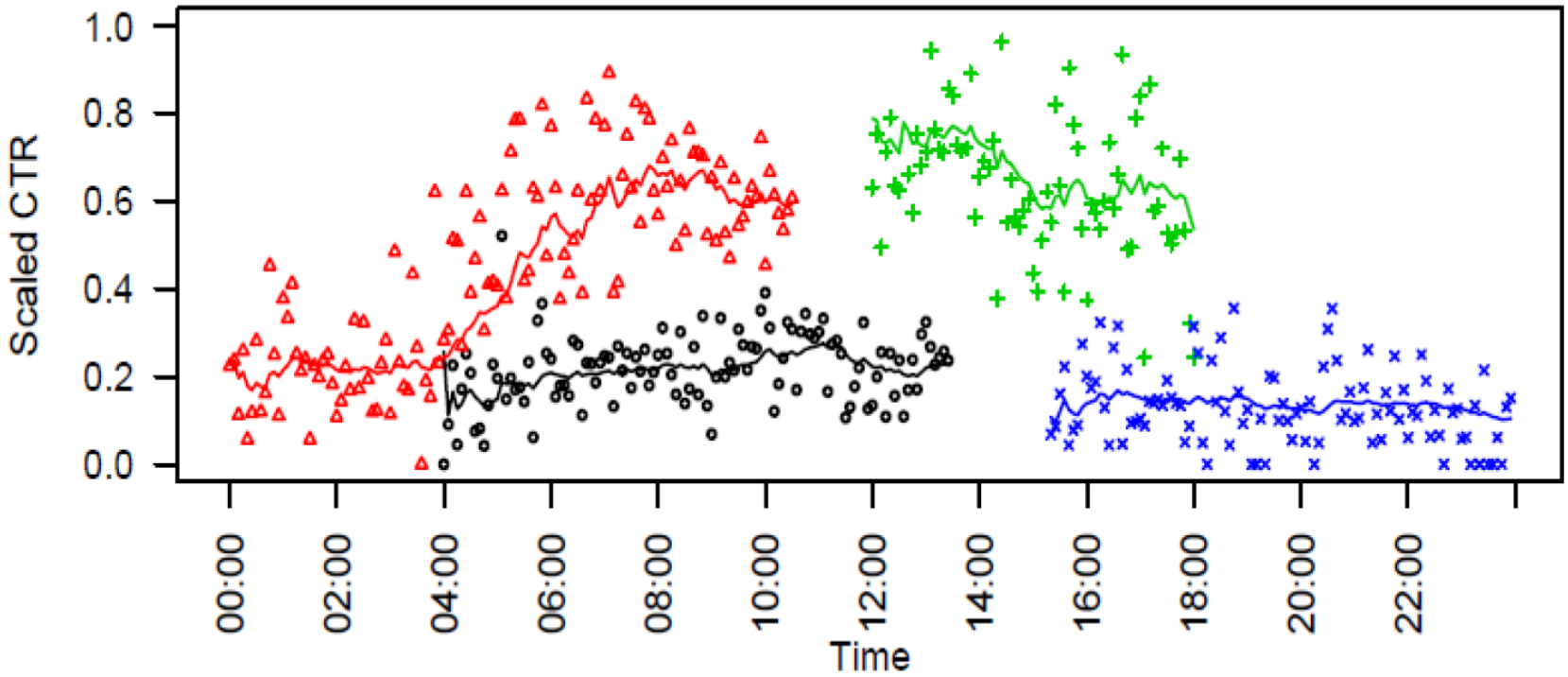
$$\gamma_{t|t} = \gamma_t + n_t,$$
$$\mu_{t|t} = \frac{\mu_t \gamma_t + r_t}{\gamma_{t|t}},$$
$$\sigma^2_{t|t} = \frac{\mu_{t|t}}{\gamma_{t|t}}.$$

DGP

- А затем породим новое предсказание для $(p_{t+1} \mid n_1, r_1, \ldots, n_t, r_t)$:

$$\mu_{t+1} = \mu_{t|t},$$
$$\sigma^2_{t+1} = \sigma^2_{t|t} + \eta\left(\mu^2_{t|t} + \sigma^2_{t|t}\right).$$

Пример


Scaled CTR
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
00:00
02:00
04:00
06:00
08:00
10:00
12:00
14:00
16:00
18:00
20:00
22:00
Time

Априорное распределение

- Тут интересный вопрос – чем инициализировать; поскольку надо всё делать быстро, хорошее априорное распределение очень важно.
- Пусть в тестовой выборке N записей, для которых известны показатели $r_1^{(i)}$ и $n_1^{(i)}$ (число показов и успешных показов за первый период времени); мы хотим получить оценку μ_0 и σ_0 для нового, неизвестного сайта, которая должна хорошо аппроксимировать ожидаемое r_1 и n_1 для нового сайта.
- Тогда ответ такой – её нужно считать как

$$\arg \max_{\mu_0, \sigma_0} \left[N \frac{\mu_0^2}{\sigma_0^2} \log \frac{\mu_0}{\sigma_0^2} - N \log \mathrm{Gamma}\left(\frac{\mu_0^2}{\sigma_0^2}\right) + \right.$$
$$\left. + \sum_i \left(\log \mathrm{Gamma}\left[r_1^{(i)} + \frac{\mu_0^2}{\sigma_0^2} \right] - \left[r_1^{(i)} + \frac{\mu_0^2}{\sigma_0^2} \right] \log \left[n_1^{(i)} + \frac{\mu_0}{\sigma_0^2} \right] \right) \right].$$

Что дальше

- Здесь тоже масса активно развивающихся направлений.
  1. Как совместно оптимизировать сразу много показываемых элементов? Представьте себе homepage большого портала.
  2. Какова на самом деле целевая метрика? CTR – это средство, а не цель. Для портала – user retention? проведённое на портале время? доход рекламодателей?
  3. Как именно персонализировать – кластеризовать пользователей? как именно сглаживать? каковы признаки пользователей?

Summary

1. Оффлайн-системы (персонализированные):
   1. метод ближайших соседей: GroupLens;
   2. SVD-разложение матриц градиентным спуском, его байесовская версия (PMF);
   3. машины Больцмана – модель пользователя;
   4. их расширения: время, контекст, холодный старт.
2. Онлайн-системы (поиск трендов):
   1. модель DGP для предсказания популярности;
   2. многорукие бандиты для решения explore-exploit;
   3. расширения: многокритериальная оптимизация, частичная персонализация.

Thank you!

Спасибо за внимание!