

# ЭКСПАНДЕРЫ И КОДЫ ИСПРАВЛЯЮЩИЕ ОШИБКИ

## LECTURE 1

1. Зачем нужны экспандеры? Задача о суперконцентраторе. Задача о понижении ошибки в **RP**. Случайные блуждания.
2. Двудольные и общие экспандеры.
3. Magical graphs (параметры).
4. Хранение множества  $S \subseteq [n]$  размера  $n$  с запросом в 1 бит.
5. Понижение ошибки в **RP** без доп. случайных битов. Явные и сильно явные конструкции.

## LECTURE 2

1. Конструкция суперконцентратора.
2. Матрица смежности графа. Лапласиан графа (хотим полином  $x^T M x = \sum_{(i,j) \in E} (x_i - x_j)^2$ ).
3. Свойства матрицы смежности:
  - симм., следовательно есть собственный базис над  $\mathbb{R}$ ;
  - $(1, \dots, 1)$  — максимальный собственный вектор.
  - $\lambda_k = 1$  тогда и только тогда, когда есть  $k$  комп. связности.
  - $\lambda_n = -1$  тогда и только тогда, когда есть двудольная компонента.
  - $\sum \lambda_i$  — число петель.
4. Собственные числа, как оптимизационная задача.  $\lambda_2 = \max_{\dots} \frac{|x^T A x|}{\|x\|^2}$
5. Cheeger's inequality.  $\frac{1-\alpha}{2} \leq \varphi(S) \leq \sqrt{2(1-\alpha)}$ 
  - Док-во. Рассмотрим  $x = |\bar{S}|1_S - |S|1_{\bar{S}}$ .
6. Mixing Lemma.

## Список литературы

- [Juk10] Stasys Jukna. *Extremal Combinatorics: With Applications in Computer Science*. 1st. Springer Publishing Company, Incorporated, 2010. ISBN: 3642085598, 9783642085598.
- [AB09] Sanjeev Arora и Boaz Barak. *Computational Complexity: A Modern Approach*. 1st. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2009. ISBN: 0521424267, 9780521424264.

- [HLW06] Shlomo Hoory, Nathan Linial и Avi Wigderson. “Expander graphs and their applications”. в: *BULL. AMER. MATH. SOC.* 43.4 (2006), с. 439—561.
- [AS00] Noga Alon и Joel H. Spencer. *The probabilistic method.* 2000.