разрешимы при одних и тех же натуральных значениях параметра q.)

Если вместо B, D и M разрешить брать выражения, в которых допускается итерирование возведения в степень, то и в качестве границ для неизвестных можно будет брать функции параметра, получающиеся произвольной композицией сложений, умножений и возведений в степень. Получающийся при этом класс множеств натуральных чисел интересен тем, что он полностью характеризуется наличием критериев рассматриваемого типа – можно показать, что существует диофантово уравнение

$$R(\alpha, \beta, \gamma, z_1, \ldots, z_k) = 0 \tag{7}$$

имеющее решения, не превосходящие

$$(\alpha+\beta+\gamma)^{(\alpha+\beta+\gamma)^{(\alpha+\beta+\gamma)^{(\alpha+\beta+\gamma)^{(\alpha+\beta+\gamma)}}}} \tag{8}$$

тогда и только тогда, когда

$$\alpha \mid \binom{\beta}{\gamma} \tag{9}$$

(аналогичное уравнение можно построить и для случая замены (9) на

$$\alpha \nmid \binom{\beta}{\gamma}). \tag{10}$$

Если мы захотим иметь в качестве границы решений какую-либо еще более быстро растущую функцию φ, то для получения аналогичных критериев надо будет разрешить в построении B, D и M произвольно комбинировать сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень и функцию φ.

Наконец, если мы отменим вообще ограничения на вид и вычислительный характер функций B, D и M, то критерии рассматриваемого типа можно дать для произвольного множества натуральных чисел.

4. Так же как и критерий Манна-Шэнкса, предлагаемые критерии не имеют вычислительной ценности – это вызвано слишком быстрым ростом участвующих в них функций. Тем не менее, эти критерии могут представить некоторый теоретический интерес, в частности в связи с диофантовыми представлениями простых чисел. Традиционно для построения таких представлений используется теорема