где $\lambda_1, \dots, \lambda_{D'_2(n,p)}$ – все корни степени $D'_2(n,p)$ из числа $p^{1-\bar{M}(n)}$. Из постулата Бертрана следует, что (23) выполнено при всех n для любого простого p, и, с другой стороны, из выполнимости (23) для всех n хотя бы при одном простом p следует справедливость постулата Бертрана.

Получаемые на основе описанных критериев переформулировки теоремы Лагранжа и постулата Бертрана отличаются от оригинальных формулировок отсутствием кванторов существования, причем объекты, существование которых утверждается в оригинальных формулировках (разложение на сумму четырех квадратов или простое число в заданных пределах) зависят от n чрезвычайно нерегулярным образом. Представляется интересным развить общие методы исследования поведения по заданному модулю сумм типа входящих в (I5) и (23).

Рассмотрим теперь, какого типа переформулировки можно получать, если вместо условий типа AI – A2 использовать условия типа A3 – A4.

Очевидно, что

$$\frac{(u+1)^{D'_3(n,p)q}}{u^{B'_3(n,p)}} = \sum_{i=B'_3(n,p)}^{D'_3(n,p)q} \binom{D'_3(n,p)q}{i} u^{i-B'_3(n,p)} + \sum_{i=0}^{B'_3(n,p)-1} \binom{D'_3(n,p)q}{i} u^{i-B'_3(n,p)} \tag{24}$$

и, если $u > 2^{D'_3(n,p)n}$, то вторая сумма в (24) меньше I. Следовательно,

$$\left[\frac{(u+1)^{D'_3(n,p)q}}{u^{B'_3(n,p)}}\right] \equiv \binom{D'_3(n,p)q}{B'_3(n,p)} \pmod{u}. \tag{25}$$

Положим

$$u = p^{p^{\ell n^k}} F'_3(n,p), \tag{26}$$

где ℓ и k столь велики, что

$$p^{\ell n^k} > D'_3(n,p)n, \tag{27}$$

а $F'_3(n,p)$ – знаменатель $B'_3(n,p)$: