П о л о ж и м

$$B_1=\sum_{i=1}^{s} b_1(v_i, v_i+d-1)p^{2(h+\ell n)(i-1)}, \tag{48}$$

$$D_1=\sum_{i=1}^{s} d_1 p^{2(h+\ell n)(i-1)}. \tag{49}$$

Т о г д а , е с л и о д н о и з ч и с е л $q, q+1, \dots, q+d-1$ с о в п а д а е т с о д н и м и з ч и с е л $v_1, \dots, v_s$, т о

$$\tau_p(B_1-D_1 q, D_1 q) \le (s-1)h+2s\ell n, \tag{50}$$

в п р о т и в н о м с л у ч а е

$$\tau_p(B_1-D_1 q, D_1 q) \ge sh. \tag{51}$$

Лемма непосредственно следует из лемм I.I и 2. Аналогично можно сформулировать и доказать еще пять лемм 3.2–3.6.

Для завершения доказательства теорем A, B и C выберем число h столь большим, что

$$h>4s\ell n. \tag{52}$$

Теперь мы можем найти целые числа $m_1,\dots,m_6$ такие, что

$$(s-1)h+2s\ell n < m_1 \le sh, \tag{53}$$

$$sh+2s\ell n < m_2 \le (s+1)h, \tag{54}$$

$$(s-1)h+4s\ell n < m_3 \le sh, \tag{55}$$

$$sh+4s\ell n < m_4 \le (s+1)h, \tag{56}$$

$$(s-1)h+2s\ell n < m_5 \le sh, \tag{57}$$

$$sh+2s\ell n < m_6 \le (s+1)h. \tag{58}$$

Для получения теоремы A согласно (I) можно положить $d=1$, $s=n^2$, $v_{(x-1)n+y}=(x+1)(y+1)$ $(x,y=1,\dots,n)$, $\ell=4$, $h=16n^3-4n$. Аналогично в случае теоремы B согласно (2) полагаем $d=3$, $s=n^2$, $v_{(x-1)n+y}=(2x+1)(2y+1)$ $(x,y=1,\dots,n)$, $\ell=5$, $h=20n^3-5n$. Наконец, для теоремы C согласно (3) полагаем $d=2$, $s=n^2$, $v_{(x-1)n+y}=(x+1)(2y+1)$ $(x,y=1,\dots,n)$, $\ell=5$, $h=20n^3-5n$. Требуемые дробно-экспоненциально-полиномиальные функции получаются теперь по стандартным формулам суммирования: